ΘΕΜΑΤΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ ΣΤΟ «ΣΤΕΡΕΟ»

ΘΕΜΑ 1^0

1. Αν το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών που δρουν πάνω σ' ένα στερεό σώμα, το οποίο περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα, είναι μηδέν, τότε
α. η γωνιακή του ταχύτητα μεταβάλλεται.
β. η γωνιακή του ταχύτητα είναι σταθερή.
γ. η γωνιακή του επιτάχυνση μεταβάλλεται.
δ. η ροπή αδράνειας ως προς τον άξονα περιστροφής του μεταβάλλεται.

2. Να γράψετε στο τετράδιό σας τα φυσικά μεγέθη από τη **Στήλη Ι** και δίπλα σε καθένα τη μονάδα της **Στήλης ΙΙ** που αντιστοιχεί σ' αυτό.

Στήλη Ι	**Στήλη ΙΙ**
Ροπή αδράνειας Ι σώματος ως προς άξονα	N m
Στροφορμή L στερεού σώματος	rad/s
Γωνιακή ταχύτητα ω	Kg m^2
Ροπή δύναμης τ ως προς άξονα	F
Συχνότητα f περιοδικού φαινομένου	Kg m^2/s
	Hz

3. Να γράψετε στο τετράδιό σας τα φυσικά μεγέθη από τη **Στήλη Ι** και δίπλα σε καθένα τη μονάδα της **Στήλης ΙΙ** που αντιστοιχεί σ' αυτό.

Στήλη Ι	**Στήλη ΙΙ**
Μήκος κύματος	rad/s^2
Γωνιακή επιτάχυνση	N m
Ροπή δύναμης	m
Ορμή	Kg m^2/s
Στροφορμή	Kg m/s
	m/s

4. Η μονάδα μέτρησης της στροφορμής είναι

α. 1 kg m^2/s . **β.** 1 kg m/s^2 . **γ.** 1 kg m^2 . **δ.** 1 kg m/s .

5. Για να ισορροπεί ένα αρχικά ακίνητο στερεό σώμα στο οποίο ασκούνται πολλές ομοεπίπεδες δυνάμεις, θα πρέπει :

α. η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα να είναι μηδέν

β. το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών των δυνάμεων να είναι μηδέν

γ. η συνισταμένη των δυνάμεων και το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών των δυνάμεων να είναι μηδέν

δ. η συνισταμένη των δυνάμεων να είναι μηδέν και το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών των δυνάμεων διάφορο του μηδενός.

6. Κατά τη στροφική κίνηση ενός σώματος ...

α. όλα τα σημεία του σώματος έχουν την ίδια ταχύτητα.

β. κάθε σημείο του σώματος κινείται με γραμμική ταχύτητα $\upsilon = \omega r$ (ω η γωνιακή ταχύτητα, r η απόσταση του σημείου από τον άξονα περιστροφής).

γ. κάθε σημείο του σώματος έχει γωνιακή ταχύτητα $\omega=\upsilon_{cm}/R$ (υ_{cm} η ταχύτητα του κέντρου μάζας, R η απόσταση του σημείου από το κέντρο μάζας).

δ. η διεύθυνση του διανύσματος της γωνιακής ταχύτητας μεταβάλλεται.

7. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον παρακάτω πίνακα και να τον συμπληρώσετε

Φυσικό μέγεθος	**Μέγεθος***	**Μονάδες**
Ροπή δύναμης ως προς σημείο.		
Στροφορμή σώματος.		
Γωνιακή ταχύτητα.		
Ροπή αδράνειας ως προς άξονα.		

* Να γράψετε μία από τις λέξεις μονόμετρο ή διανυσματικό.

8. Εάν η στροφορμή ενός σώματος που περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα παραμένει σταθερή, τότε η συνολική εξωτερική ροπή πάνω στο σώμα

α. είναι ίση με το μηδέν.

β. είναι σταθερή και διάφορη του μηδενός.

γ. αυξάνεται με το χρόνο.

δ. μειώνεται με το χρόνο.

9. Ένα στερεό σώμα περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα. Αν η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του σώματος υποδιπλασιαστεί, τότε η κινητική του ενέργεια θα

α. υποτετραπλασιαστεί.

β. υποδιπλασιαστεί.

γ. τετραπλασιαστεί.

δ. παραμείνει αμετάβλητη.

10. Τροχός ακτίνας R κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο. Αν υ_{cm} η ταχύτητα του τροχού λόγω μεταφορικής κίνησης, τότε η ταχύτητα των σημείων της περιφέρειας του τροχού που απέχουν από το έδαφος απόσταση ίση με R, έχει μέτρο:

α. υ_{cm}. **β.** $2\upsilon_{cm}$. **γ.** 0. **δ.** $\upsilon_{cm}\sqrt{2}$

11. Άνθρωπος βρίσκεται πάνω στην επιφάνεια και κοντά στο κέντρο οριζόντιου δίσκου που περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω_1 γύρω από άξονα κάθετο στο κέντρο του. Αν ο άνθρωπος μετακινηθεί στην περιφέρεια του δίσκου, τότε η γωνιακή του ταχύτητα ω_2 θα είναι

α. $\omega_2 = \omega_1$. **β.** $\omega_2 > \omega_1$. **γ.** $\omega_2 < \omega_1$. **δ.** $\omega_2 = 0$.

12. Η μονάδα μέτρησης της στροφορμής στο σύστημα S.I. είναι

α. 1kgm/s **β.** 1kg m^2/s **γ.** 1kg m/s^2 **δ.** 1 J/s

13. Η περίοδος περιστροφής της Γης γύρω από τον άξονά της είναι σταθερή. Αυτό οφείλεται στο ότι η ελκτική δύναμη που δέχεται η Γη από τον Ήλιο

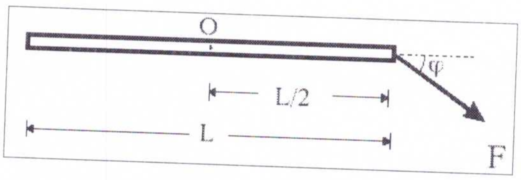
α. δημιουργεί σταθερή ροπή ως προς τον άξονά της.

β. δημιουργεί μηδενική ροπή ως προς τον άξονά της.

γ. έχει τη διεύθυνση της εφαπτομένης σε ένα σημείο του Ισημερινού της Γης.

δ. έχει τέτοιο μέτρο που δεν επηρεάζει την περιστροφή της Γης.

14. Η ράβδος του σχήματος έχει μήκος L και μπορεί να στρέφεται γύρω από άξονα που διέρχεται από το μέσο της O και είναι κάθετος σε αυτή. Η ροπή της δύναμης F ως προς το σημείο O έχει μέτρο

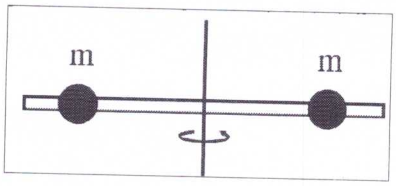


α. 0 . β. $F\frac{L}{2}$ γ. $F\frac{L}{2}$συνφ δ. $F\frac{L}{2}$ημφ

15. Στον παρακάτω πίνακα, στη **Στήλη I,** αναφέρονται διάφορα φυσικά μεγέθη, ενώ στη **Στήλη II** αναφέρονται μονάδες μέτρησης των μεγεθών στο S.I.
Να γράψετε στο τετράδιό σας τους αριθμούς της **Στήλης I** και ακριβώς δίπλα σε κάθε αριθμό ένα γράμμα από τη **Στήλη II**, ώστε να δημιουργείται σωστή αντιστοίχιση. (ένα δεδομένο της **Στήλης II** περισσεύει).

Στήλη I	Στήλη II
1. Ροπή αδράνειας	α. rad/s
2. Στροφορμή	β. kgm^2/s^2
3. Γωνιακή ταχύτητα	γ. $kg.m^2$
4. Ροπή δύναμης	δ. kgm^2/s^3
5. Ρυθμός μεταβολής ενέργειας	ε. kgm^2/s

16. Η ράβδος του σχήματος είναι αβαρής και οι μάζες m απέχουν εξίσου από τον άξονα περιστροφής.



Αν η απόσταση των μαζών από τον άξονα περιστροφής υποδιπλασιαστεί, η ροπή αδράνειας του συστήματος:

α. τετραπλασιάζεται. **β.** διπλασιάζεται.

γ. υποδιπλασιάζεται. **δ.** υποτετραπλασιάζεται.

17. Στη στροφική κίνηση το αλγεβρικό άθροισμα των έργων των ροπών των δυνάμεων, που ασκούνται στο σώμα είναι

α. ίσο με τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας περιστροφής του σώματος.
β. ίσο με τη μεταβολή της στροφορμής του σώματος.
γ. πάντα θετικό.
δ. αντιστρόφως ανάλογο της συνολικής δύναμης που ασκείται στο σώμα.

18. Μία σφαίρα κυλίεται χωρίς ολίσθηση κινούμενη κατά μήκος κεκλιμένου επιπέδου (αρχικά ανέρχεται και στη συνέχεια κατέρχεται).

α. Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της μεταβάλλεται.
β. Η φορά του διανύσματος της στατικής τριβής παραμένει σταθερή.
γ. Η φορά του διανύσματος της γωνιακής επιτάχυνσης μεταβάλλεται.
δ. Η φορά του διανύσματος της γωνιακής ταχύτητας παραμένει σταθερή.

19. Στερεό σώμα περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα, με γωνιακή ταχύτητα ω. Αν διπλασιαστεί η γωνιακή του ταχύτητα, τότε η κινητική του ενέργεια.

α. μένει η ίδια.
β. διπλασιάζεται.
γ. τετραπλασιάζεται.
δ. οκταπλασιάζεται.

20. Για να ισορροπεί ένα στερεό σώμα, αρκεί

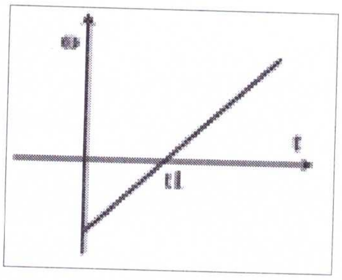
α. η συνισταμένη των δυνάμεων που ενεργούν πάνω του να είναι ίση με μηδέν.
β. η συνισταμένη των ροπών των δυνάμεων που ενεργούν πάνω του να είναι ίση με μηδέν.
γ. η συνισταμένη των δυνάμεων και η συνισταμένη των ροπών των δυνάμεων που ενεργούν πάνω του να είναι ίση με μηδέν.
δ. το έργο του βάρους του να είναι ίσο με μηδέν.

21. Η ροπή αδράνειας ενός στερεού σώματος ως προς άξονα περιστροφής

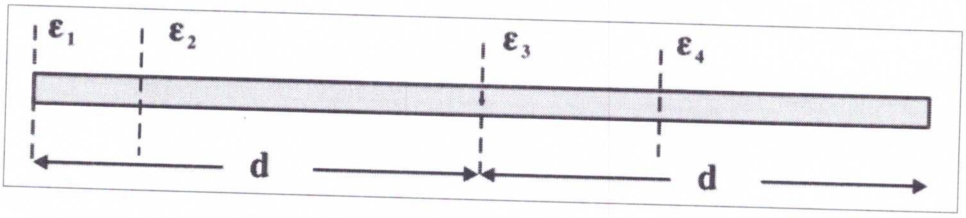
α. είναι διανυσματικό μέγεθος.
β. έχει μονάδα μέτρησης το 1N·m, στο S.I.
γ. δεν εξαρτάται από την θέση του άξονα περιστροφής.
δ. εκφράζει την αδράνεια του σώματος στην περιστροφική κίνηση.

22. Όταν ένα σώμα εκτελεί ομαλή στροφική κίνηση, τότε η γωνιακή του
α. ταχύτητα αυξάνεται.
β. ταχύτητα μένει σταθερή.
γ. επιτάχυνση αυξάνεται.
δ. επιτάχυνση μειώνεται.

23. Στερεό σώμα στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του. Η γωνιακή ταχύτητα (ω) μεταβάλλεται με το χρόνο (t), όπως στο σχήμα: Η συνισταμένη των ροπών που ασκούνται στο σώμα:
α. είναι μηδέν τη χρονική στιγμή t_1
β. είναι σταθερή και διάφορη του μηδενός
γ. είναι σταθερή και ίση με το μηδέν
δ. αυξάνεται με το χρόνο.



24. Η λεπτή ομογενής ράβδος του σχήματος έχει ροπή αδράνειας I_1, I_2, I_3, I_4 ως προς τους παράλληλους άξονες $ε_1$, $ε_2$, $ε_3$, $ε_4$ αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Η μικρότερη ροπή αδράνειας είναι η

α. I_1 **β.** I_2. **γ.** I_3. **δ.** I_4.

25. Αν έλιωναν οι πολικοί πάγοι και ανέβαινε λίγο η στάθμη της θάλασσας, τότε
α. η στροφορμή της Γης ως προς τον άξονα περιστροφής της θα αυξηθεί, ενώ η ροπή αδράνειάς της ως προς τον ίδιο άξονα θα παραμείνει σταθερή.
β. η στροφορμή της Γης ως προς τον άξονα περιστροφής της θα παραμείνει σταθερή, ενώ η ροπή αδράνειάς της ως προς τον ίδιο άξονα θα αυξηθεί.
γ. η στροφορμή της Γης ως προς τον άξονα περιστροφής της θα παραμείνει σταθερή, ενώ η ροπή αδράνειάς της ως προς τον ίδιο άξονα θα μειωθεί.
δ. η στροφορμή της Γης ως προς τον άξονα περιστροφής της θα μειωθεί, ενώ η ροπή αδράνειάς της ως προς τον ίδιο άξονα θα παραμείνει σταθερή.

26. Σε ένα αρχικά ακίνητο στερεό σώμα ασκούνται ομοεπίπεδες δυνάμεις έτσι ώστε αυτό να εκτελεί μόνο επιταχυνόμενη μεταφορική κίνηση. Για τη συνισταμένη των δυνάμεων $\Sigma\vec{F}$ που του ασκούνται και για το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών Στ ως προς οποιοδήποτε σημείο του, ισχύει:
α. $\Sigma\vec{F}=0$ $\Sigma\tau=0$
β. $\Sigma\vec{F}\neq0$ $\Sigma\tau\neq0$
γ. $\Sigma\vec{F}\neq0$ $\Sigma\tau=0$
δ. $\Sigma\vec{F}=0$ $\Sigma\tau\neq0$

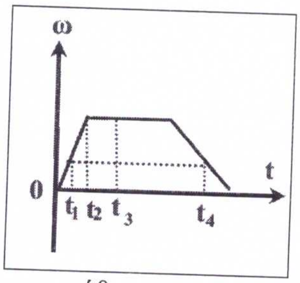
27. Ένα μηχανικό στερεό περιστρέφεται γύρω από ακλόνητο άξονα περιστροφής. Αν διπλασιαστεί η στροφορμή του στερεού, χωρίς να αλλάξει θέση ο άξονας περιστροφής γύρω από τον οποίο στρέφεται, τότε η κινητική του ενέργεια
α. παραμένει σταθερή
β. υποδιπλασιάζεται
γ. διπλασιάζεται
δ. τετραπλασιάζεται.

28. Κατά τη στροφική κίνηση ενός στερεού γύρω από σταθερό άξονα
α. η διεύθυνση του διανύσματος της στροφορμής του στερεού μεταβάλλεται.
β. όλα τα σημεία του στερεού έχουν την ίδια γραμμική ταχύτητα.
γ. κάθε σημείο του στερεού έχει γωνιακή ταχύτητα ανάλογη με την απόστασή του από τον άξονα περιστροφής.
δ. κάθε σημείο του στερεού έχει μέτρο γραμμικής ταχύτητας ανάλογο με την απόστασή του από τον άξονα περιστροφής.

29. Ένα στερεό σώμα περιστρέφεται γύρω από ακλόνητο άξονα. Εάν διπλασιαστεί η στροφορμή του, χωρίς να αλλάξει ο άξονας περιστροφής γύρω από τον οποίο αυτό περιστρέφεται, τότε η κινητική του ενέργεια
α. παραμένει σταθερή.
β. υποδιπλασιάζεται.
γ. διπλασιάζεται.
δ. τετραπλασιάζεται.

30. Η γωνιακή επιτάχυνση ενός ομογενούς δίσκου που στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα, που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδό του, είναι ανάλογη
α. με τη ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής.
β. με τη μάζα του δίσκου.
γ. με την ακτίνα του δίσκου.
δ. με τη ροπή που ασκείται στο δίσκο.

31. Ένας δίσκος στρέφεται γύρω από άξονα που διέρχεται απ ό το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδό του. Η τιμή της γωνιακής ταχύτητας του δίσκου σε συνάρτηση με τον χρόνο παριστάνεται στ ο διάγραμμα το υ παρακάτω σχήματος.
Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι η σωστή;



α. Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης αυξάνεται στο χρονικό διάστημα από t_1 έως t_2.
β. Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης τη χρονική στιγμή t_1 είναι μικρότερο από το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης τη χρονική στιγμή t_4.
γ. Τη χρονική στιγμή t_3 η γωνιακή επιτάχυνση είναι θετική.
δ. Το διάνυσμα της γωνιακής επιτάχυνσης τη στιγμή t_1 έχει αντίθετη κατεύθυνση από την κατεύθυνση που έχει η γωνιακή επιτάχυνση τη χρονική στιγμή t_4.

32. Χορεύτρια περιστρέφεται χωρίς τριβές έχοντας τα χέρια της απλωμένα. Όταν η χορεύτρια κατά τη διάρκεια της περιστροφής συμπτύσσει τα χέρια της, τότε
α. η ροπή αδράνειας της ως προς τον άξονα περιστροφής αυξάνεται
β. η στροφορμή της ως προς τον άξονα περιστροφής της ελαττώνεται.
γ. η συχνότητα περιστροφής αυξάνεται.
δ. η περίοδος παραμένει σταθερή.

33. Μια αθλήτρια του καλλιτεχνικού πατινάζ περιστρέφεται, χωρίς τριβές, έχοντας τα χέρια της σε σύμπτυξη. Όταν η αθλήτρια, κατά την περιστροφή της, απλώσει τα χέρια της σε οριζόντια θέση, τότε

α . η στροφορμή της μειώνεται.

β . η στροφορμή της αυξάνεται.

γ . η συχνότητα περιστροφής της αυξάνεται.

δ . η συχνότητα περιστροφής της μειώνεται .

34. Σε ένα αρχικά ακίνητο στερεό σώμα ασκείται σταθερή ροπή, οπότε αρχίζει να κινείται. Τότε

α. το στερεό σώμα εκτελεί ομαλή στροφική κίνηση.

β. το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης του σώματος αυξάνεται συνεχώς.

γ. το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης του σώματος είναι σταθερό.

δ. η στροφορμή του σώματος είναι σταθερή.

35. Ο ομογενής δίσκος του σχήματος 1 ισορροπεί σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Κάποια χρονική στιγμή ασκούμε στον δίσκο ζεύγος δυνάμεων, όπως φαίνεται στο σχήμα 1.

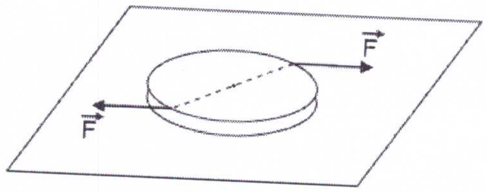
Η κίνηση του δίσκου είναι

α. μόνο στροφική με σταθερή γωνιακή ταχύτητα.

β. μόνο μεταφορική με σταθερή ταχύτητα.

γ. μόνο στροφική με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση.

δ. μόνο μεταφορική με σταθερή επιτάχυνση.



Σχήμα 1

ΣΩΣΤΟ Ή ΛΑΘΟΣ;

1. Το αλγεβρικό άθροισμα των .... που δρουν σ' ένα στερεό που περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα, είναι ίσο με την αλγεβρική τιμή του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του.
2. Όταν ένας ακροβάτης που περιστρέφεται στον αέρα ανοίξει τα άκρα του, αυξάνεται η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του.
3. Εάν η συνολική εξωτερική ροπή σε ένα σύστημα σωμάτων είναι μηδέν, τότε η μεταβολή της ολικής στροφορμής του συστήματος είναι ....

4. Αν η στροφορμή ενός στερεού σώματος παραμένει σταθερή, τότε η συνολική εξωτερική ροπή που ασκείται στο σώμα είναι μηδέν.
5. Η στροφορμή ενός στερεού σώματος παραμένει σταθερή, αν το αλγεβρικό άθροισμα ροπών των δυνάμεων που ασκούνται σ' αυτό είναι διάφορο του μηδενός.
6. Ένας αθλητής καταδύσεων, καθώς περιστρέφεται στον αέρα, συμπτύσσει τα άκρα του. Με την τεχνική αυτή αυξάνεται η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του.
7. Εάν η συνολική εξωτερική ροπή σε ένα σύστημα σωμάτων είναι μηδέν η ολική στροφορμή του συστήματος παραμένει σταθερή.

8. Αν η συνολική εξωτερική ροπή που ασκείται σε ένα σύστημα σωμάτων είναι ίση με μηδέν, η ολική στροφορμή του συστήματος μεταβάλλεται.

9. Στη μεταφορική κίνηση ενός σώματος κάθε χρονική στιγμή όλα τα σημεία του έχουν την ίδια ταχύτητα.

10. Όταν ένα σώμα μετακινείται στο χώρο και ταυτόχρονα αλλάζει ο προσανατολισμός του, λέμε ότι κάνει .... κίνηση.

11. Η γωνιακή επιτάχυνση ενός στερεού σώματος που περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα είναι ανάλογη προς τη συνολική εξωτερική ροπή που ασκείται στο σώμα.
12. Η ροπή αδράνειας εκφράζει την αδράνεια στη μεταφορική κίνηση.
13. Η ροπή αδράνειας εκφράζει στη μεταφορική κίνηση ό,τι εκφράζει η μάζα στη στροφική κίνηση.
14. Η ροπή αδράνειας ενός στερεού σώματος είναι ανεξάρτητη από τη θέση του άξονα περιστροφής του.
15. Η ροπή αδράνειας ενός σώματος σταθερής μάζας έχει πάντα την ίδια τιμή.
16. Η ροπή ζεύγους δυνάμεων είναι ίδια ως προς οποιοδήποτε σημείο του επιπέδου που ορίζουν.

17. Η μονάδα μέτρησης της ροπής αδράνειας είναι $1\ kg \cdot m^2$
18. Όταν η συνισταμένη δύναμη που ασκείται σε ένα στερεό σώμα είναι μηδέν, τότε το σώμα έχει πάντοτε μηδενική γωνιακή επιτάχυνση.

19. Όταν ο φορέας της δύναμης, η οποία ασκείται σε ένα ελεύθερο στερεό σώμα δεν διέρχεται από το κέντρο μάζας του, τότε το σώμα εκτελεί μόνο μεταφορική κίνηση.
20. Τα διανύσματα της γωνιακής ταχύτητας και της γωνιακής επιτάχυνσης έχουν πάντα την ίδια κατεύθυνση.
21. Η Γη έχει στροφορμή λόγω της κίνησής της γύρω από τον Ήλιο.
22. Όταν μια χορεύτρια καλλιτεχνικού πατινάζ, που περιστρέφεται, θέλει να περιστραφεί γρηγορότερα συμπτύσσει τα χέρια της.
23. Η ροπή αδράνειας ενός στερεού σώματος δεν εξαρτάται από τον άξονα περιστροφής του σώματος.
24. Η ροπή αδράνειας είναι διανυσματικό μέγεθος.

25. Η μονάδα μέτρησης του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής στο σύστημα SI είναι το 1 kg m^2/s^2.

26. Η στροφορμή είναι μονόμετρο μέγεθος.

27. Όταν ένας αστέρας συρρικνώνεται λόγω βαρύτητας, η γωνιακή ταχύτητά του λόγω ιδιοπεριστροφής αυξάνεται.

28. Το κέντρο μάζας ενός σώματος μπορεί να βρίσκεται και έξω από το σώμα.

29. Εάν η συνολική εξωτερική ροπή σε ένα σύστημα σωμάτων είναι μηδέν, η ολική στροφορμή του συστήματος αυξάνεται συνεχώς.

30. Σε στερεό σώμα που εκτελεί στροφική κίνηση και το μέτρο της γωνιακής του ταχύτητας αυξάνεται, τα διανύσματα της γωνιακής ταχύτητας και της γωνιακής επιτάχυνσης είναι αντίρροπα

31. Η ροπή αδράνειας ως προς άξονα ενός στερεού έχει τη μικρότερη τιμή της, όταν ο άξονας αυτός διέρχεται από το κέντρο μάζας του στερεού.

32. Μονάδα μέτρησης του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής είναι και το 1Nm.

33. Τα υποθετικά στερεά που δεν παραμορφώνονται, όταν τους ασκούνται δυνάμεις, λέγονται μηχανικά στερεά.

34. Η ροπή ζεύγους δυνάμεων είναι ίδια ως προς οποιοδήποτε σημείο του επιπέδου τους.

35. Σε στερεό σώμα σφαιρικού σχήματος που στρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα γύρω από άξονα διερχόμενο από το κέντρο του ισχύει πάντα $\Sigma F = 0$.

36. Μονάδα μέτρησης στροφορμής στο SI είναι το1 N.m.s.

37. Σε μια μεταβαλλόμενη στροφική κίνηση στερεού σώματος, τα διανύσματα της γωνιακής επιτάχυνσης και της γωνιακής ταχύτητας έχουν πάντα την ίδια διεύθυνση.

38. Τροχός που κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει έχει κινητική ενέργεια, μόνο λόγω στροφικής κίνησης.

39. Η γη έχει στροφορμή λόγω περιστροφής γύρω από τον άξονά της και λόγω περιφοράς γύρω από τον ήλιο.

40. Η ροπή ζεύγους δυνάμεων είναι ίδια ως προς οποιοδήποτε σημείο του επιπέδου που ορίζουν οι δύο δυνάμεις.

41. Όταν οι ακροβάτες θέλουν να κάνουν πολλές στροφές στον αέρα, συμπτύσσουν τα χέρια και τα πόδια τους.

42. Κυλινδρικό σώμα κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο. Η ταχύτητα του σημείου επαφής του κυλίνδρου με το επίπεδο είναι ίση με την ταχύτητα υ του κέντρου μάζας του.

43. Όταν ένα ποδήλατο κινείται προς το νότο, η στροφορμή των τροχών ως προς τον άξονα περιστροφής είναι ένα διάνυσμα με κατεύθυνση προς την ανατολή.

44. Η ροπή αδράνειας ενός στερεού σώματος είναι διανυσματικό μέγεθος.

45. Η ροπή αδράνειας ενός στερεού είναι ανεξάρτητη από τη θέση του άξονα περιστροφής.

46. Κατά τη στροφική κίνηση ενός σώματος όλα τα σημεία του σώματος έχουν την ίδια γωνιακή ταχύτητα.

47. Όταν ένας αστέρας συρρικνώνεται, λόγω βαρύτητας, η γωνιακή ταχύτητά του, λόγω περιστροφής, ελαττώνεται.

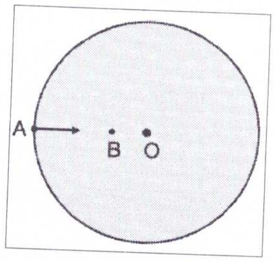
48. Η ροπή μιας δύναμης F ως προς άξονα περιστροφής είναι μηδέν, όταν ο φορέας της δύναμης είναι παράλληλος στον άξονα περιστροφής.

49. Η κίνηση ενός τροχού που κυλίεται είναι αποτέλεσμα της επαλληλίας μιας μεταφορικής και μιας στροφικής κίνησης .

50. Το συνολικό έργο της στατικής τριβής στην κύλιση χωρίς ολίσθηση ενός στερεού σώματος είναι ίσο με μηδέν.

ΘΕΜΑ 2ο

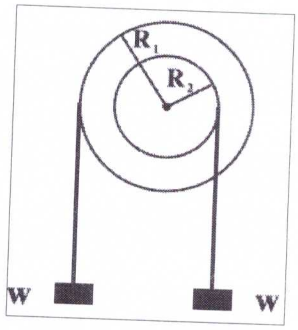
1. Δίσκος παιδικής χαράς περιστρέφεται περί κατακόρυφο άξονα κάθετο στο επίπεδό του διερχόμενο από το κέντρο του δίσκου Ο. Στο δίσκο δεν ασκείται καμία εξωτερική δύναμη. Ένα παιδί μετακινείται από σημείο Α της περιφέρειας του δίσκου στο σημείο Β πλησιέστερα στο κέντρο του. Τότε ο δίσκος θα περιστρέφεται:



α. πιο αργά

β. πιο γρήγορα.

2. Στο σχήμα φαίνεται σε τομή το σύστημα δύο ομοαξονικών κυλίνδρων με ακτίνες R_1, R_2 με $R_1>R_2$ που μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα, ο οποίος συμπίπτει με τον κατά μήκος άξονα συμμετρίας των κυλίνδρων. Εξαιτίας των ίσων βαρών w που κρέμονται από τους δύο κυλίνδρους, πώς θα περιστραφεί το σύστημα;



α. σύμφωνα με τη φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού

β. αντίθετα προς τη φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού.

3. Να εξηγήσετε γιατί η χρονική διάρκεια της περιστροφής της γης γύρω από τον εαυτό της παραμένει σταθερή, δηλαδή 24 ώρες.

4. Στερεό σώμα περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα με γωνιακή ταχύτητα ω. Αν η ροπή αδράνειας του σώματος ως προς τον άξονα περιστροφής του είναι I, να αποδείξετε ότι η κινητική ενέργεια του σώματος λόγω της στροφικής του κίνησης δίνεται από τη σχέση $K=\frac{1}{2}I\omega^2$.

5. Δύο ομογενείς δακτύλιοι Α, Β των οποίων το πάχος είναι αμελητέο σε σχέση με την ακτίνα τους, έχουν την ίδια μάζα και ακτίνες R_1, R_2 αντίστοιχα, όπου $R_1>R_2$.
Οι δακτύλιοι περιστρέφονται ο καθένας γύρω από άξονα που διέρχεται από το κέντρο τους και είναι κάθετος στο επίπεδό τους με την ίδια γωνιακή ταχύτητα.
Ποιος από τους δύο δακτυλίους έχει μεγαλύτερη κινητική ενέργεια λόγω περιστροφής;

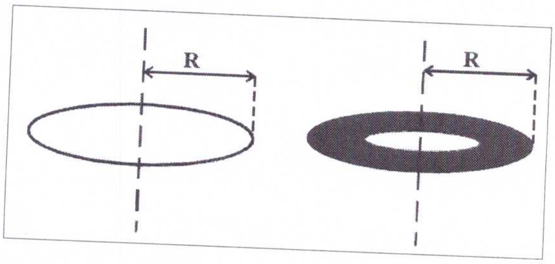
6. Ένα ομογενές σώμα με κανονικό γεωμετρικό σχήμα κυλίεται, χωρίς να ολισθαίνει. Η κινητική ενέργεια του σώματος λόγω της μεταφορικής κίνησης είναι ίση με την κινητική ενέργεια λόγω της στροφικής κίνησης γύρω από τον άξονα που περνά από το κέντρο μάζας του. Το γεωμετρικό σχήμα του σώματος είναι:

α. σφαίρα.

β. λεπτός δακτύλιος.

γ. κύλινδρος.

7. Δακτύλιος και δίσκος με οπή, η μάζα του οποίου είναι ομογενώς κατανεμημένη, όπως στο σχήμα, έχουν την ίδια μάζα και την ίδια ακτίνα.



Αν $I_{ΔΣ}$ και $I_{ΔΚ}$ οι ροπές αδράνειας του δίσκου και του δακτυλίου αντίστοιχα ως προς άξονες κάθετους στο επίπεδό τους που διέρχονται από τα κέντρα τους, τι ισχύει;

α. $I_{ΔΣ} > I_{ΔΚ}$.

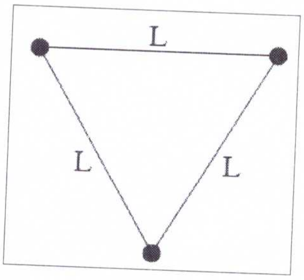
β. $I_{ΔΣ} = I_{ΔΚ}$

γ. $I_{ΔΣ} < I_{ΔΚ}$

8. Ένας ομογενής συμπαγής κυκλικός δίσκος (1) και ένας ομογενής συμπαγής κυκλικός δακτύλιος (2), που έχουν την ίδια ακτίνα και την ίδια μάζα.
Κάποια χρονική στιγμή ασκούνται στα σώματα αυτά δυνάμεις ίδιου μέτρου, εφαπτόμενες στην περιφέρεια. Οι γωνιακές επιταχύνσεις που θα αποκτήσουν θα είναι

α. $α_1 = α_2$. **β.** $α_1 < α_2$. **γ.** $α_1 > α_2$.

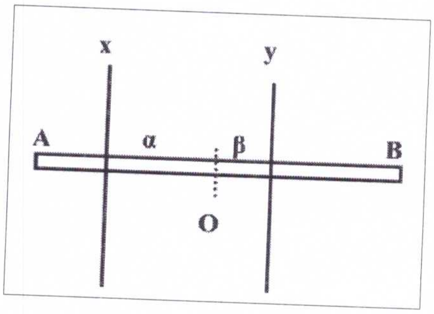
9. Τρεις σφαίρες αμελητέων διαστάσεων που η κάθε μία έχει την ίδια μάζα m, συνδέονται μεταξύ τους με ράβδους αμελητέας μάζας και μήκους L, όπως φαίνεται στο σχήμα.
Το σύστημα περιστρέφεται σε οριζόντιο επίπεδο γύρω από κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από μία από τις σφαίρες.
Η ροπή αδράνειας του συστήματος ως προς αυτόν τον άξονα είναι:



α. mL^2 **β.** $2mL^2$ **γ.** $3mL^2$

10. Μια λεπτή και ομογενής ράβδος ΑΒ μπορεί να περιστρέφεται είτε γύρω από τον άξονα x είτε γύρω από τον άξονα y. Οι άξονες αυτοί είναι κάθετοι στη ράβδο και βρίσκονται εκατέρωθεν του μέσου Ο της ράβδου.

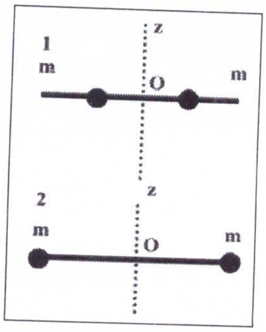
Αν α, β είναι η απόσταση κάθε άξονα από τα άκρα της ράβδου, όπως φαίνεται στο σχήμα, και ισχύει ότι α > β ο λόγος των ροπών αδράνειας της ράβδου I_x, I_y ως προς τους άξονες x, y αντίστοιχα είναι



α. $\frac{I_X}{I_Y}=1$ **β.** $\frac{I_X}{I_Y}>1$ **γ.** $\frac{I_X}{I_Y}<1$.

11. Σώμα ακίνητο αρχίζει τη χρονική στιγμή t=0 να περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση. Αν τη χρονική στιγμή t_1 η κινητική ενέργεια λόγω της περιστροφής είναι K_1 και τη χρονική στιγμή $t_2=2t_1$ είναι K_2, τότε:

α. $K_2=2K_1$ **β.** $K_2=4K_1$ **γ.** $K_2=8K_1$



12. Η ομογενής ράβδος ΑΒ του σχήματος μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από τον άξονα συμμετρίας (z) του σχήματος. Οι δύο σφαίρες Σ_1, Σ_2 μάζας m καθεμιά μπορούν να μετακινούνται κατά μήκος της ράβδου. Η ράβδος ξεκινά να περιστρέφεται

α. πιο εύκολα στη θέση 1.

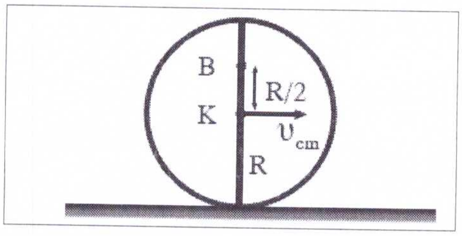
β. πιο εύκολα στη θέση 2.

γ. το ίδιο εύκολα και στις δύο περιπτώσεις.

13. Δύο ομογενείς κυκλικοί δακτύλιοι Δ_1 και Δ_2 με ακτίνες R και 2R, κυλίονται σε οριζόντιο επίπεδο με σταθερές γωνιακές ταχύτητες 3ω και ω, αντίστοιχα. Ο λόγος των ταχυτήτων των κέντρων μάζας των δακτυλίων Δ_1 και Δ_2, είναι :

α. 3/2, β.1/2 γ. 1.

14. Σε οριζόντιο επίπεδο ο δίσκος του σχήματος με ακτίνα R κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει και η ταχύτητα του κέντρου μάζας του Κ είναι υ_{cm}.
Η ταχύτητα του σημείου που βρίσκεται στη θέση Β της κατακόρυφης διαμέτρου και απέχει απόσταση R/2 από το Κ θα είναι



α) $\frac{3}{2}\upsilon_{cm}$. **β)** $\frac{2}{3}\upsilon_{cm}$ **γ)** $\frac{5}{2}\cdot\upsilon_{cm}$

15. Ομογενής σφαίρα μάζας m και ακτίνας R κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο. Η ταχύτητα του κέντρου μάζας της σφαίρας είναι υ_{cm}. Η ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της είναι $I=\frac{2}{5}mR^2$. Η ολική κινητική ενέργεια της σφαίρας είναι

α. $\frac{2}{5}m\upsilon^2_{cm}$ **β.** $\frac{7}{10}m\upsilon^2_{cm}$ **γ.** $\frac{9}{10}m\upsilon^2_{cm}$

16. Υποθέτουμε ότι κλιματολογικές συνθήκες επιβάλλουν την μετανάστευση του πληθυσμού της Γης προς τις πολικές ζώνες. Η κινητική ενέργεια λόγω περιστροφής της Γης γύρω από τον άξονά της:

α. θα μείνει σταθερή.

β. θα ελαττωθεί.

γ. θα αυξηθεί.

17. Σε ένα ακίνητο ρολόι που βρίσκεται σε κανονική λειτουργία, ο λόγος της στροφορμής του λεπτοδείκτη (L_1) προς την στροφορμή του ωροδείκτη (L_2), ως προς τον κοινό άξονα περιστροφής τους, είναι $\frac{L_1}{L_2}=\lambda$, όπου λ θετική σταθερά. Ο λόγος των κινητικών ενεργειών τους $\frac{K_1}{K_2}$ αντίστοιχα είναι:

α. 6λ. **β.** 12λ. **γ.** 24λ .

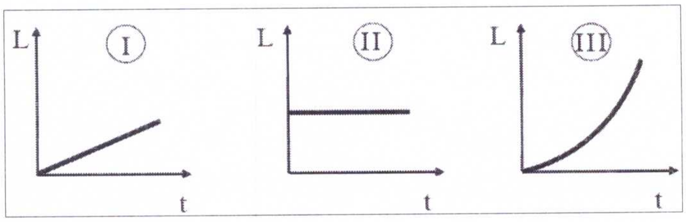
18. Ένας απομονωμένος ομογενής αστέρας σφαιρικού σχήματος ακτίνας R στρέφεται γύρω από τον εαυτό του (ιδιοπεριστροφή) με συχνότητα f_0 . Ο αστέρας συρρικνώνεται λόγω βαρύτητας διατηρώντας το σφαιρικό του σχήμα και την αρχική του μάζα. Σε κάποιο στάδιο της συρρίκνωσής του η νέα συχνότητα ιδιοπεριστροφής του θα είναι

α. μεγαλύτερη από την αρχική συχνότητα f_0 .

β. μικρότερη από την αρχική συχνότητα f_0 .

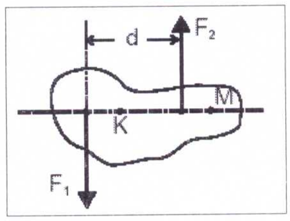
γ. ίση με την αρχική συχνότητα f_0.

19. Ένας κύλινδρος που είναι αρχικά ακίνητος και μπορεί να περιστραφεί γύρω από το σταθερό άξονά του δέχεται την επίδραση σταθερής ροπής. Τη στροφορμή του κυλίνδρου σε συνάρτηση με το χρόνο απεικονίζει το σχήμα



α. I. **β.** II. **γ.** III.

20. Η συνολική ροπή των δύο αντίρροπων δυνάμεων F_1 και F_2 του σχήματος, που έχουν ίδιο μέτρο, είναι



α. μεγαλύτερη ως προς το σημείο Κ.

β. μεγαλύτερη ως προς το σημείο Μ.

γ. ανεξάρτητη του σημείου ως προς το οποίο υπολογίζεται.

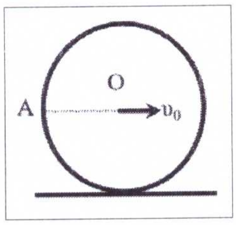
21. Ένας κύβος και μία σφαίρα ίδιας μάζας αφήνονται να κινηθούν από το ίδιο ύψος δύο διαφορετικών κεκλιμένων επιπέδων. Ο κύβος ολισθαίνει χωρίς τριβές στο ένα και η σφαίρα κυλίεται χωρίς ολίσθηση στο άλλο. Για τις ταχύτητες του κύβου και του κέντρου μάζας της σφαίρας στη βάση των κεκλιμένων επιπέδων ισχύει ότι

α. μεγαλύτερη είναι η ταχύτητα του κύβου.

β. μεγαλύτερη είναι η ταχύτητα της σφαίρας.

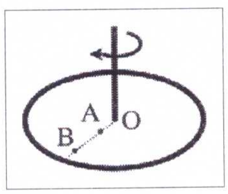
γ. οι ταχύτητες είναι ίσες.

22. Ο δίσκος του σχήματος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο. Η ταχύτητα του κέντρου του Ο είναι υ_0. Το σημείο Α βρίσκεται στην περιφέρεια του δίσκου και το ΑΟ είναι οριζόντιο. Η ταχύτητα του σημείου Α έχει μέτρο



α. $\upsilon_A=2\upsilon_0$, β. $\upsilon_A=\upsilon_0\sqrt{2}$ γ. $\upsilon_A=\upsilon_0$

23. Στη θέση Α οριζόντιου δίσκου βρίσκεται ένα παιδί και το σύστημα παιδί – δίσκος περιστρέφεται χωρίς τριβές, με γωνιακή ταχύτητα ω, γύρω από κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο του δίσκου Ο. Αν το παιδί μετακινηθεί από τη θέση Α στη θέση Β του δίσκου (σχήμα), τότε η γωνιακή ταχύτητα του δίσκου



α. θα αυξηθεί.

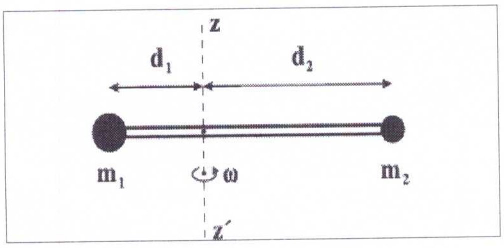
β. θα παραμείνει η ίδια.

γ. θα μειωθεί.

24 Χορεύτρια στρέφεται, χωρίς τριβές, έχοντας ανοιχτά τα δυο της χέρια με σταθερή γωνιακή ταχύτητα μέτρου ω. Η χορεύτρια συμπτύσσοντας τα χέρια της αυξάνει το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής της, σε 5ω/2. Ο λόγος της αρχικής προς την τελική ροπή αδράνειας της χορεύτριας, ως προς τον άξονα περιστροφής της, είναι:

α. 1 **β.** 5/2 **γ.** 2/5

25. Η οριζόντια ράβδος του σχήματος είναι αβαρής, η σημειακή μάζα m_1 είναι τετραπλάσια από τη σημειακή μάζα m_2, και το μήκος d_2 είναι διπλάσιο από το μήκος d_1. Το σύστημα περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από τον κατακόρυφο άξονα z΄z.



Η ροπή αδράνειας της μάζας m_1 ως προς τον άξονα z΄z είναι

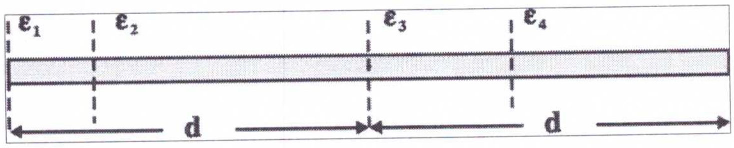
α. μεγαλύτερη από

β. μικρότερη από

γ. ίση με

τη ροπή αδράνειας της μάζας m_2 ως προς τον ίδιο άξονα.

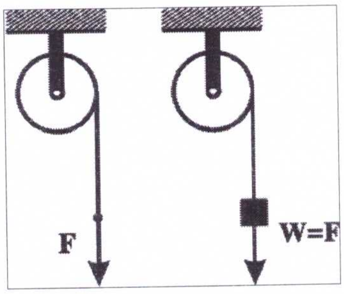
26. Η λεπτή ομογενής ράβδος του σχήματος έχει ροπή αδράνειας I_1, I_2, I_3, I_4 ως προς τους παράλληλους άξονες $ε_1$, $ε_2$, $ε_3$, $ε_4$ αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Η μικρότερη ροπή αδράνειας είναι η

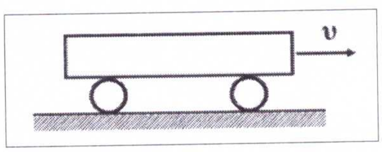
α. I_1. **β.** I_2. **γ.** I_3. **δ.** I_4.

27. Τροχαλία μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από ακλόνητο οριζόντιο άξονα που περνά από το κέντρο μάζας της. Γύρω από την τροχαλία είναι τυλιγμένο αβαρές και μη εκτατό νήμα. Όταν στο ελεύθερο άκρο του νήματος ασκούμε κατακόρυφη δύναμη με φορά προς τα κάτω μέτρου F, η τροχαλία αποκτά γωνιακή επιτάχυνση μέτρου $α_{γων,1}$ ενώ, όταν κρεμάμε στο ελεύθερο άκρο του νήματος σώμα βάρους w = F η τροχαλία αποκτά γωνιακή επιτάχυνση $α_{γων,2}$. Ισχύει:



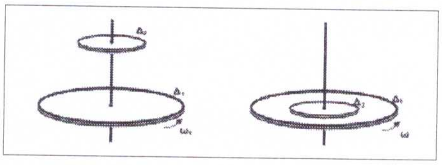
α. $α_{γων,1} = α_{γων,2}$ **β.** $α_{γων,1} > α_{γων,2}$ **γ.** $α_{γων,1} < α_{γων,2}$

28. Μία δοκός κινείται πάνω σε δύο όμοιους κυλίνδρους, όπως φαίνεται στο σχήμα, χωρίς να ολισθαίνει. Οι κύλινδροι κυλίονται στο οριζόντιο δάπεδο χωρίς να ολισθαίνουν. Αν η δοκός μετατοπιστεί κατά 10 cm ο κάθε κύλινδρος θα μετατοπιστεί κατά



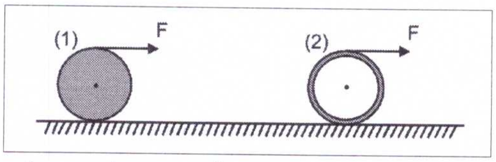
α. 10 cm. **β.** 5 cm. **γ.** 20 cm.

29. Ένας δίσκος Δ_1 με ροπή αδράνειας I_1 στρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω_1 και φορά περιστροφής όπως φαίνεται στο σχήμα, γύρω από σταθερό κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδό του. Ένας δεύτερος δίσκος Δ_2 με ροπή αδράνειας $I_2 = I_1/4$, που αρχικά είναι ακίνητος, τοποθετείται πάνω στο δίσκο Δ_1, ενώ αυτός περιστρέφεται, έτσι ώστε να έχουν κοινό άξονα περιστροφής, που διέρχεται από τα κέντρα των δύο δίσκων, όπως δείχνει το σχήμα. Μετά από λίγο οι δύο δίσκοι αποκτούν κοινή γωνιακή ταχύτητα ω. Η κοινή γωνιακή ταχύτητα ω των δύο δίσκων είναι



α. $\omega=\omega_1/5$. β. $\omega=4\omega_1/5$. γ. . $\omega=2\omega_1/5$.

30. Στο σχήμα φαίνεται ένας ομογενής συμπαγής κυκλικός δίσκος(1) και ένας συμπαγής κυκλικός δακτύλιος(2), που έχουν την ίδια ακτίνα και την ίδια μάζα.



Κάποια χρονική στιγμή ασκούνται στα σώματα αυτά δυνάμεις ίδιου μέτρου, εφαπτόμενες στην περιφέρεια, όπως φαίνεται στο σχήμα και τα σώματα αρχίζουν να κυλίονται χωρίς να ολισθαίνουν στο οριζόντιο επίπεδο.

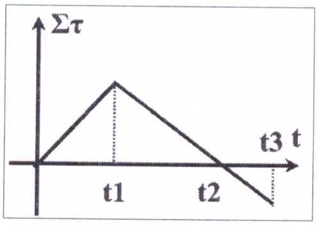
α. Για τις ροπές αδράνειας I_1 και I_2 των σωμάτων (1) και (2) αντίστοιχα, ισχύει:

i. $I_1 = I_2$. **ii.** $I_1 < I_2$. **iii.** $I_1 > I_2$.

β. Για τις επιταχύνσεις των κέντρων μάζας $\alpha_{cm,1}$ και $\alpha_{cm,2}$ των σωμάτων (1) και (2) αντίστοιχα, ισχύει:

i. $\alpha_{cm,1} = \alpha_{cm,2}$. **ii.** $\alpha_{cm,1} < \alpha_{cm,2}$. **iii.** $\alpha_{cm,1} > \alpha_{cm,2}$.

31. Οριζόντιος, αρχικά ακίνητος, δίσκος μπορεί να στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδό του. Το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών που ασκούνται στο δίσκο μεταβάλλεται σε συνάρτηση με το χρόνο, όπως φαίνεται στο **σχήμα.** Τότε, η γωνιακή ταχύτητα του δίσκου έχει τη μέγιστη τιμή της τη χρονική στιγμή

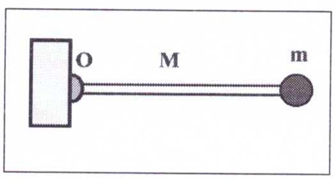


i. t_1, ii. t_2, iii. t_3

32 Αθλήτρια του καλλιτεχνικού πατινάζ περιστρέφεται γύρω από κατακόρυφο άξονα που περνάει από το κέντρο μάζας της. Οι εξωτερικές δυνάμεις που ασκούνται στην αθλήτρια δεν δημιουργούν ροπή ως προς τον άξονα περιστροφής της και οι τριβές με τον πάγο είναι αμελητέες. Αν κάποια στιγμή συμπτύξει τα χέρια της, ενώ συνεχίζει να στρέφεται γύρω από τον ίδιο άξονα, η κινητική ενέργεια λόγω περιστροφής της αθλήτριας:

i. παραμένει σταθερή. ii. μειώνεται. iii. αυξάνεται.

33. Λεπτή ομογενής ράβδος μάζας M και μήκους L μπορεί να περιστρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο, γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το ένα άκρο της. Στο άλλο άκρο της ράβδου, είναι στερεωμένο σφαιρίδιο μάζας m = M /2 (Σχήμα 1). Τη χρονική στιγμή που το σύστημα ράβδου-σφαιριδίου αφήνεται να κινηθεί από την οριζόντια θέση, ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της ράβδου είναι:



α. mgd β. $\frac{2}{5}$mgd γ. $\frac{4}{5}$mgd

Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα που διέρχεται από το Ο είναι $I_O = Md^2/3$

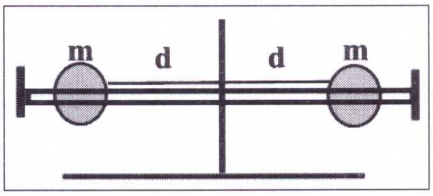
34. Ένα ομογενές σώμα (δακτύλιος ή σφαιρικός φλοιός ή συμπαγής σφαίρα) έχει ροπή αδράνειας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του, που δίνεται από τη σχέση $I = \alpha m R^2$, όπου m η μάζα του σώματος, R η ακτίνα του και α ένας θετικός αριθμός μικρότερος ή ίσος της μονάδας ($0 < \alpha \leq 1$). Το σώμα κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει. Αν η κινητική ενέργεια του σώματος λόγω μεταφορικής κίνησης προς την ολική κινητική ενέργεια είναι $K_\mu / K_{o\lambda} = 5 / 7$, τότε το α έχει την τιμή:

i. $\alpha = 1$. ii. $\alpha = 2/3$. iii. $\alpha = 2/5$.

35. Ένα μεταλλικό νόμισμα εκσφενδονίζεται κατακόρυφα προς τα άνω με αρχική ταχύτητα υ_0 και αρχική γωνιακή ταχύτητα ω_0. Αν η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα τότε, όταν το νόμισμα φτάσει στο ανώτατο ύψος

i. θα σταματήσει να περιστρέφεται.
ii. θα περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα μικρότερη της αρχικής.
iii. θα περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ίση της αρχικής.

36. Η αβαρής λεπτή ράβδος του παρακάτω σχήματος είναι οριζόντια και μπορεί να στρέφεται γύρω από κατακόρυφο άξονα, που διέρχεται από το μέσο της Κ. Σε απόσταση d από τον άξονα περιστροφής βρίσκονται δύο μικρές μεταλλικές χάντρες ίδιας μάζας m, οι οποίες συνδέονται μεταξύ τους με νήμα. Το σύστημα στρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω. Κάποια στιγμή το νήμα κόβεται, οπότε οι χάντρες κολλάνε στα άκρα της ράβδου. Η νέα γωνιακή ταχύτητα με την οποία στρέφεται το σύστημα είναι



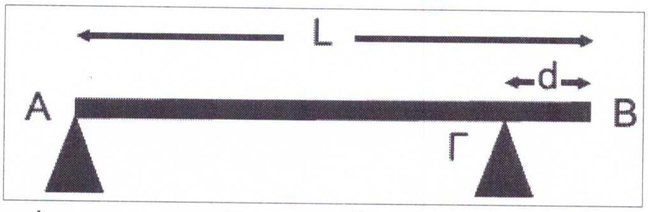
i. μεγαλύτερη από την αρχική.
ii. μικρότερη από την αρχική.
iii. ίση με την αρχική.

37. Ένας απομονωμένος ομογενής αστέρας σφαιρικού σχήματος ακτίνας R στρέφεται γύρω από άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του με αρχική κινητική ενέργεια λόγω ιδιοπεριστροφής K_0. Ο αστέρας συρρικνώνεται λόγω βαρύτητας διατηρώντας το σφαιρικό του σχήμα και την αρχική του μάζα. Σε κάποιο στάδιο της συρρίκνωσής του η ακτίνα του υποδιπλασιάζεται. Η νέα κινητική του ενέργεια λόγω ιδιοπεριστροφής είναι ίση με K.
Δίνεται η ροπή αδράνειας ομογενούς συμπαγούς σφαίρας ακτίνας r ως προς άξονα που διέρχεται το κέντρο μάζας της $I_{cm} = 2mR^2/5$.
Ο λόγος K/K_0 είναι ίσος με

i) 1/2 ii) 2 iii) 4

ΘΕΜΑ 3ο

1. Ομογενής δοκός ΑΒ μήκους L=3m και βάρους w=50N ισορροπεί οριζόντια, στηριζόμενη στο άκρο Α και στο σημείο Γ, που απέχει από το άλλο άκρο Β απόσταση d=0,5m, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



α. Να υπολογίσετε τις δυνάμεις που ασκούν τα στηρίγματα στη δοκό στα σημεία Α και Γ.
Στο άκρο Β της δοκού τοποθετείται σώμα βάρους w_1 και παρατηρούμε ότι η δύναμη που ασκείται στη δοκό από το στήριγμα στο άκρο Α ελαττώνεται στο μισό.
β. Να υπολογίστε το βάρος w_1 του σώματος.

(ΕΣΠ **2002)**

2. Οριζόντιος ομογενής και συμπαγής δίσκος, μάζας M=3Kg και ακτίνας R=0,2m, μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο του. Τη χρονική στιγμή t=0 ασκούμε στο δίσκο δύναμη F σταθερού μέτρου 3N που εφάπτεται στην περιφέρειά του, οπότε ο δίσκος αρχίζει να περιστρέφεται. Κάποια χρονική στιγμή t_1 ο δίσκος έχει κινητική ενέργεια K=75J. Να υπολογίσετε :

α. τη ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του.

β. τη γωνιακή επιτάχυνση του δίσκου

γ. τη γωνιακή του ταχύτητα τη χρονική στιγμή t_1.

δ. τη ροπή αδράνειας του δίσκου, αν η περιστροφή του γινόταν γύρω από κατακόρυφο άξονα που περνάει από το μέσον μιας ακτίνας του.

Η ροπή αδράνειας του παραπάνω δίσκου, ως προς άξονα που είναι κάθετος στο επίπεδό του και διέρχεται από το κέντρο του, δίνεται από τη σχέση $I= (1/2)MR^2$.

(Ο **2002)**

3. Ομογενής δίσκος μάζας m = 40 kg και ακτίνας R = 20 cm στρέφεται με γωνιακή συχνότητα ω = 5 rad/s γύρω από σταθερό άξονα που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος σ' αυτόν.

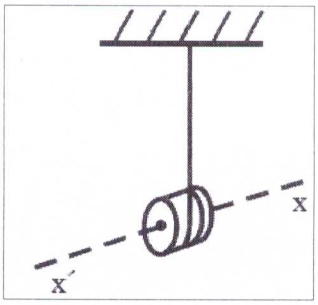
Να υπολογίσετε:
α. Την κινητική ενέργεια του δίσκου λόγω της περιστροφής του.

β. Το μέτρο της αρχικής στροφορμής του δίσκου.
γ. Τη μέση ισχύ της ροπής (σε απόλυτη τιμή) που θα ακινητοποιήσει το δίσκο σε χρόνο 5 s.
δ. Το μέτρο της σταθερής ροπής που ακινητοποιεί το δίσκο σε χρόνο 5 s.

Η ροπή αδράνειας του παραπάνω δίσκου, ως προς άξονα που είναι κάθετος στο επίπεδό του και διέρχεται από το κέντρο του, δίνεται από τη σχέση $I= (1/2)MR^2$.

(Ο **2006)**

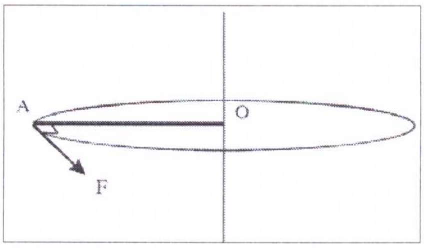
4. Το γιο-γιο του σχήματος αποτελείται από ομογενή συμπαγή κύλινδρο που έχει μάζα $m=0{,}12kg$ και ακτίνα $R=1{,}5\cdot10^{-2}\,m$. Γύρω από τον κύλινδρο έχει τυλιχτεί νήμα. Τη χρονική στιγμή t=0 αφήνουμε τον κύλινδρο να πέσει. Το νήμα ξετυλίγεται και ο κύλινδρος περιστρέφεται γύρω από νοητό οριζόντιο άξονα x΄x, ο οποίος ταυτίζεται με τον άξονα συμμετρίας του. Το νήμα σε όλη τη διάρκεια της κίνησης του κυλίνδρου παραμένει κατακόρυφο και τεντωμένο και δεν ολισθαίνει στην περιφέρεια του κυλίνδρου. Τη στιγμή που έχει ξετυλιχτεί νήμα μήκους $\ell=20R$, η ταχύτητα του κέντρου μάζας του κυλίνδρου είναι $\upsilon_{cm}=2m/s$.



α. Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του. (Ο τύπος που μας δίνει τη ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του, δεν θεωρείται γνωστός).
β. Να υπολογίσετε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του κυλίνδρου, καθώς αυτός κατέρχεται.
γ. Τη χρονική στιγμή που η ταχύτητα του κέντρου μάζας του κυλίνδρου είναι $\upsilon_{cm}=2m/s$, το νήμα κόβεται.
Να υπολογίσετε το μέτρο της στροφορμής του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του μετά την πάροδο χρόνου 0,8s από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα.
δ. Να κάνετε σε βαθμολογημένους άξονες το διάγραμμα του μέτρου της στροφορμής σε συνάρτηση με το χρόνο από τη χρονική στιγμή t=0, μέχρι τη χρονική στιγμή που αντιστοιχεί σε χρόνο 0,8s από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα.
Δίνεται $g=10m/s^2$.

(ΕΗ 2005)

5. Η ράβδος ΟΑ του σχήματος με μήκος L = 1 m και μάζα M = 6 kg είναι οριζόντια και περιστρέφεται υπό την επίδραση οριζόντιας δύναμης F που έχει σταθερό μέτρο και είναι διαρκώς κάθετη στη ράβδο, στο άκρο της Α. Η περιστροφή γίνεται γύρω από σταθερό κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το Ο.

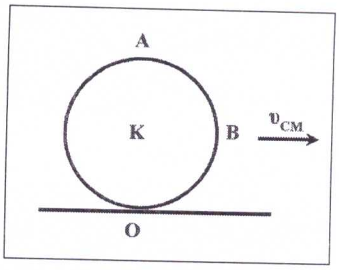


Αρχικά η ράβδος είναι ακίνητη. Οι τριβές θεωρούνται αμελητέες. Να υπολογιστούν:

α. Η τιμή της δύναμης F, αν γνωρίζουμε ότι το έργο που έχει προσφέρει η δύναμη στη διάρκεια της πρώτης περιστροφής είναι 30π J.
β. Η γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου.
γ. Ο ρυθμός με τον οποίο η δύναμη μεταφέρει ενέργεια στη ράβδο στο τέλος της πρώτης περιστροφής.
Δίνονται: $\sqrt{30\pi}=9{,}7$
Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της και είναι κάθετος στη ράβδο $I=ML^2/12$

(ΕΣΠ **2007**)

6. Κυκλική στεφάνη ακτίνας R=0,2m και μάζας m=1Kg κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει, όπως φαίνεται στο σχήμα. Η ταχύτητα του κέντρου μάζας Κ είναι $υ_{cm}$=10m/s. Η ροπή αδράνειας της στεφάνης ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της και είναι κάθετος προς το επίπεδό της είναι I_{cm}= mR^2. *Ο είναι το κατώτατο και Α το ανώτατο σημείο της στεφάνης. Η ευθεία ΚΒ είναι παράλληλη στο δάπεδο.*

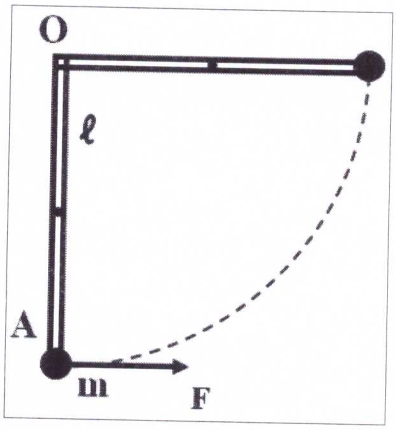


Να υπολογίσετε:

1. τα μέτρα των ταχυτήτων στα σημεία Ο, Α και Β της στεφάνης.
2. τη γωνιακή ταχύτητα της στεφάνης.
3. τη ροπή αδράνειας της στεφάνης ως προς το σημείο Ο.
4. την κινητική ενέργεια της στεφάνης.

(ΕΣΠ **2010**)

7. Ομογενής και ισοπαχής δοκός (ΟΑ), μάζας Μ=6 kg και μήκους L=0,3 m, μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το ένα άκρο της Ο. Στο άλλο της άκρο Α υπάρχει στερεωμένη μικρή σφαίρα μάζας m□M/2



Γ1. Βρείτε την ροπή αδράνειας του συστήματος δοκού-σφαίρας ως προς τον άξονα περιστροφής του.

Ασκούμε στο άκρο Α δύναμη, σταθερού μέτρου F=120/π N, που είναι συνεχώς κάθετη στη δοκό, όπως φαίνεται στο σχήμα.

Γ2. Βρείτε το έργο της δύναμης F κατά την περιστροφή του συστήματος μέχρι την οριζόντια θέση της.

Γ3. Βρείτε την γωνιακή ταχύτητα του συστήματος δοκού- σφαίρας στην οριζόντια θέση.

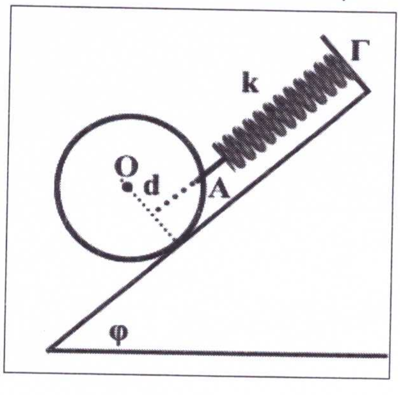
Επαναφέρουμε το σύστημα δοκού-σφαίρας στην αρχική κατακόρυφη θέση του. Ασκούμε στο άκρο Α δύναμη, σταθερού μέτρου F'=$30\sqrt{3}$N, που είναι συνεχώς κάθετη στη δοκό.

Γ4. Βρείτε τη γωνία που σχηματίζει η δοκός με την κατακόρυφο τη στιγμή που η κινητική της ενέργεια γίνεται μέγιστη.

Δίνονται g=10m/s^2, I_{cm}=$ML^2/12$ ημ30^0=1/2, συν30^0=$\sqrt{3}/2$, ημ60^0=$\sqrt{3}/2$, συν60^0=1/2

(Η **2012**)

7. Συμπαγής ομογενής δίσκος, μάζας Μ=$2\sqrt{2}$ kg και ακτίνας R=0,1 m, είναι προσδεδεμένος σε ιδανικό ελατήριο, σταθεράς k=100N/m στο σημείο Α και ισορροπεί πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο, που σχηματίζει γωνία φ=45^0 με το οριζόντιο επίπεδο, όπως στο σχήμα. Το ελατήριο είναι παράλληλο στο κεκλιμένο επίπεδο και ο άξονας του ελατηρίου απέχει απόσταση d=R/2 από το κέντρο (Ο) του δίσκου. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο ακλόνητα στο σημείο Γ



Γ1. Να υπολογίσετε την επιμήκυνση του ελατηρίου.

Γ2. Να υπολογίσετε το μέτρο της στατικής τριβής και να προσδιορίσετε την κατεύθυνσή της.

Κάποια στιγμή το ελατήριο κόβεται στο σημείο Α και ο δίσκος αμέσως κυλίεται, χωρίς να ολισθαίνει, κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου.

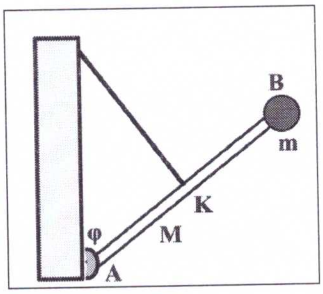
Γ3. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του δίσκου.

Γ4.Να υπολογίσετε τη στροφορμή του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του, όταν το κέντρο μάζας του έχει μετακινηθεί κατά διάστημα $s=0{,}3\sqrt{2}$ m στη διεύθυνση του κεκλιμένου επιπέδου.

Δίνονται: η ροπή αδράνειας ομογενούς συμπαγούς δίσκου ως προς άξονα που διέρχεται κάθετα από το κέντρο του $I=MR^2/2$ η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\text{m/s}^2$, $\eta\mu 45^0=\sqrt{2}/2$.

(ΕΗ 2012)

8. Μια ομογενής ράβδος ΑΒ που έχει μήκος $L=3$ m και μάζα $M=6$ kg έχει στο ένα άκρο της Β μόνιμα στερεωμένο ένα σώμα μικρών διαστάσεων μάζας $m=1$ kg. Η ράβδος στηρίζεται με το άλλο άκρο της Α σε κατακόρυφο τοίχο μέσω άρθρωσης. Η ράβδος συγκρατείται σε θέση ισορροπίας, σχηματίζοντας γωνία φ με την κατακόρυφο, με νήμα το οποίο είναι συνδεδεμένο στον τοίχο και στο μέσο (Κ) της ράβδου και είναι κάθετο σε αυτή, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Να υπολογίσετε:

Γ1. Τη ροπή αδράνειας του συστήματος ράβδου-σώματος ως προς άξονα που διέρχεται από το σημείο Α και είναι κάθετος στη ράβδο.

Γ2. Το μέτρο της τάσης του νήματος.

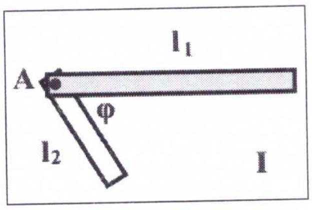
Κάποια στιγμή το νήμα κόβεται και η ράβδος μαζί με το σώμα αρχίζει να περιστρέφεται στο επίπεδο του σχήματος, χωρίς τριβές. Να υπολογίσετε:

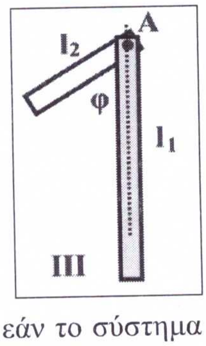
Γ3. Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης της ράβδου μόλις κοπεί το νήμα.

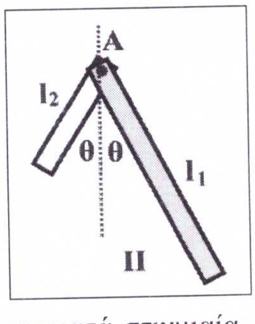
Γ4. Το μέτρο της ταχύτητας του σημείου Β της ράβδου όταν αυτή γίνει οριζόντια για πρώτη φορά.

Δίνονται: συν$\varphi=0{,}8$, ημ$\varphi=0{,}6$, η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής $I_A=(1/3)ML^2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\text{m/s}^2$. **(Ο. 2012)**

9. Δύο ράβδοι είναι συνδεδεμένες στο άκρο τους Α και σχηματίζουν σταθερή γωνία $\varphi=60^0$ μεταξύ τους, όπως φαίνεται στο Σχήμα Ι. Οι ράβδοι είναι διαφορετικές μεταξύ τους, αλλά κάθε μία είναι ομογενής. Το σύστημα των δύο ράβδων μπορεί να περιστρέφεται γύρω από άρθρωση, που είναι στερεωμένη σε τοίχο, στο άκρο Α, χωρίς τριβές. Το σύστημα αφήνεται να περιστραφεί υπό την επίδραση της βαρύτητας από τη θέση του Σχήματος Ι, όπου η ράβδος ℓ_1 είναι οριζόντια, με αρχική ταχύτητα μηδέν.







Δίνεται ότι τα μήκη των δύο ράβδων είναι $\ell_1 = 4$ m και $\ell_2 = 2$ m, ενώ η μάζα της ράβδου ℓ_2 είναι $m_2 = 10$kg.

Γ1. Να υπολογίσετε τη μάζα m1 της ράβδου μήκους ℓ_1, εάν το σύστημα αποκτά τη μέγιστη γωνιακή ταχύτητα τη χρονική στιγμή που οι δύο ράβδοι σχηματίζουν ίσες γωνίες με την κατακόρυφο, όπως φαίνεται στο Σχήμα ΙΙ.

Γ2. Να υπολογίσετε τη μάζα m_1 της ράβδου μήκους ℓ_1, εάν το σύστημα σταματά στιγμιαία, όταν η ράβδος μήκους ℓ_1 φτάνει στην κατακόρυφη θέση που φαίνεται στο Σχήμα ΙΙΙ

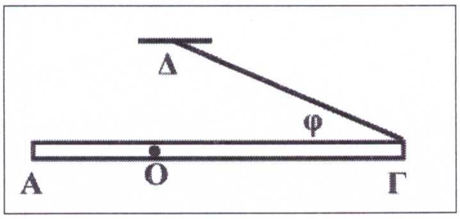
Γ3. Να υπολογίσετε τη γωνιακή επιτάχυνση του συστήματος των δύο ράβδων του ερωτήματος Γ2 στη θέση που απεικονίζεται στο Σχήμα ΙΙΙ.

Γ4. Να υπολογίσετε τον ρυθμό μεταβολής της στροφορμής της ράβδου μήκους ℓ_2 του ερωτήματος Γ2 στη θέση που απεικονίζεται στο Σχήμα ΙΙΙ.

Δίνονται: η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 m/s^2$, η ροπή αδρανείας ράβδου μήκους ℓ και μάζας m που περιστρέφεται γύρω από το άκρο της Α, $I = ml^2/3$

και ότι $\sqrt{3} = 1,7$ (ΕΗ.2015)

10. Λεπτή, άκαμπτη και ομογενής ράβδος ΑΓ μήκους $\ell = 1,2m$ και μάζας $M = 1$ kg μπορεί να περιστρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο, χωρίς τριβές, γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα κάθετο στη ράβδο, ο οποίος διέρχεται από το σημείο Ο σε απόσταση $\ell / 3$ από το άκρο Α της ράβδου. Το άκρο Γ της ράβδου συνδέεται με αβαρές νήμα που σχηματίζει γωνία $\varphi = 30^0$ με τη ράβδο, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα συνδεδεμένο σε σταθερό σημείο Δ, όπως στο σχήμα. Το σύστημα αρχικά ισορροπεί σε οριζόντια θέση. Κάποια στιγμή το νήμα κόβεται.



Γ1. Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που ασκεί το νήμα στη ράβδο και το μέτρο της δύναμης που δέχεται η ράβδος από τον άξονα περιστροφής, πριν κοπεί το νήμα.

Γ2. Να υπολογίσετε

α. τη ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της.

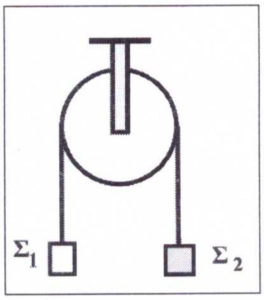
β. τη γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου τη χρονική στιγμή κατά την οποία κόβεται το νήμα.

Γ3. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του άκρου Γ της ράβδου τη χρονική στιγμή κατά την οποία η ράβδος διέρχεται για πρώτη φορά από την κατακόρυφη θέση.

Γ4. Να υπολογίσετε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής της ράβδου τη χρονική στιγμή που σχηματίζει γωνία 30^0 με την κατακόρυφο, μετά τη διέλευσή της για πρώτη φορά από την κατακόρυφη θέση.

Δίνονται: η ροπή αδρανείας της ράβδου ως προς το κέντρο μάζας της , η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 m/s^2$, $ημ30^0 = 1/2$, $συν30^0 = \sqrt{3}/2$. (Η.2016)

11. Η ομογενής τροχαλία του σχήματος έχει μάζα $M = 4kg$ και ακτίνα $R = 0,1m$ και μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της και είναι κάθετος στο επίπεδό της. Τα σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ έχουν μάζες $m_1 = 2kg$ και $m_2 = 1kg$ αντίστοιχα και είναι δεμένα στα άκρα αβαρούς σχοινιού που διέρχεται από το αυλάκι της τροχαλίας. Αρχικά, τα σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ διατηρούνται ακίνητα και τα κέντρα μάζας τους βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ τα σώματα αφήνονται ελεύθερα να κινηθούν.



Γ1. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης της τροχαλίας.

Γ2. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος $Σ_1$ τη χρονική στιγμή $t_1 = 3s$.

Γ3. Να υπολογίσετε τον αριθμό περιστροφών της τροχαλίας μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 3s$.

Γ4. Να υπολογίσετε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του συστήματος των σωμάτων $Σ_1$, $Σ_2$ και τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής της τροχαλίας.

Δίνονται: Η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής της. Η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 m/s^2$.

Να θεωρήσετε ότι:

Μεταξύ σχοινιού και τροχαλίας η τριβή είναι μεγάλη, ώστε να μην παρατηρείται ολίσθηση.

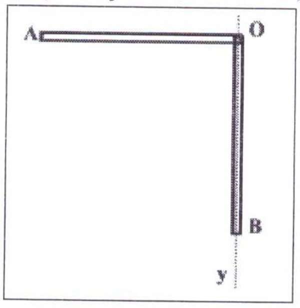
Το μήκος του σχοινιού παραμένει σταθερό.

Τα σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ δεν φθάνουν στο έδαφος ούτε συγκρούονται με την τροχαλία.

(Ο.2016)

ΘΕΜΑ 4^o:

1. Μια ορθή γωνία αποτελείται από δύο ισοπαχείς και ομογενείς ράβδους ΟΑ, και ΟΒ, μήκους L=1,5m, η κάθε μία, με μάζες M=4kg. Η γωνία μπορεί να περιστρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από την κορυφή Ο και είναι κάθετος σ΄ αυτήν. Αφήνουμε την γωνία να περιστραφεί από τη θέση που φαίνεται στο σχήμα. Να υπολογιστούν:



α. Η ροπή αδράνειας της κάθε ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής που διέρχεται από το Ο.

β. Η γωνιακή επιτάχυνση του συστήματος των δύο ράβδων τη χρονική στιγμή που το σύστημα αφήνεται ελεύθερο από την αρχικής του θέση.

Τη χρονική στιγμή που οι δύο ράβδοι σχηματίζουν ίσες γωνίες με την κατακόρυφο, Oy, που περνάει από το σημείο Ο να υπολογίσετε:

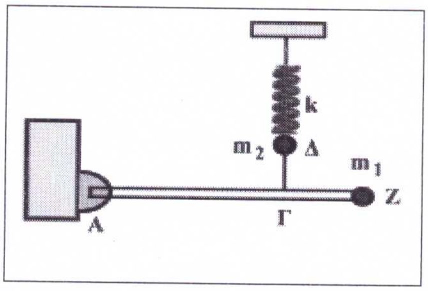
γ. Το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του συστήματος των δύο ράβδων.

δ. Το μέτρο της στροφορμής της κάθε ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής που περνάει από το Ο.

Δίνονται η ροπή αδράνειας της κάθε ράβδου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο της και είναι κάθετος σ΄ αυτήν, $I_{cm}=ML^2/12$, $g=10m/s^2$, $\sqrt{2}/2=0,7$.

(Η **2002)**

2. Ομογενής άκαμπτη ράβδος μήκος L=4m και μάζας M=3kg ισορροπεί σε οριζόντια θέση όπως φαίνεται στο σχήμα. Στο άκρο της Α υπάρχει ακλόνητη άρθρωση γύρω από την οποία η ράβδος μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές. Στο άλλο άκρο της Ζ υπάρχει σφαιρίδιο μάζας m_1=0,6kg αμελητέων διαστάσεων. Ένα αβαρές και τεντωμένο νήμα ΔΓ συνδέει το σημείο Γ της ράβδου με σφαιρίδιο μάζας m_2=1kg το οποίο είναι στερεωμένο στο ελεύθερο άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=100N/m. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητο. Η απόσταση ΑΓ είναι 2,8m. Όλη η διάταξη βρίσκεται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο στο οποίο γίνονται και όλες οι κινήσεις.



α. Να υπολογίσετε:

$α_1$. Τη ροπή αδράνειας του συστήματος ράβδου˜ σφαιριδίου μάζας m_1 ως προς οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το Α και είναι κάθετος στο επίπεδο της διάταξης.

$α_2$. Το μέτρο της τάσης του νήματος ΔΓ.

β. Αν κόψουμε το νήμα ΔΓ, το σφαιρίδιο m_2 εκτελεί μια αμείωτη αρμονική ταλάντωση, ενώ η ράβδος μαζί και το σφαιρίδιο m_1 υπό την επίδραση της βαρύτητας περιστρέφονται χωρίς τριβές γύρω από το άκρο Α. Να υπολογίσετε:

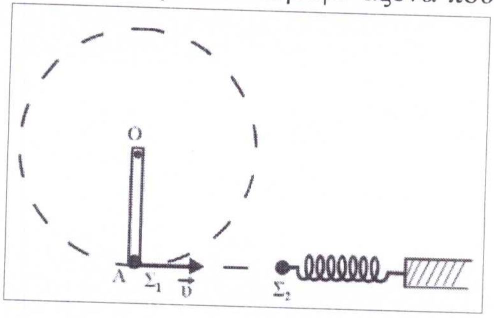
$β_1$. Το χρόνο που χρειάζεται το σφαιρίδιο m_2 από τη στιγμή που κόβεται το νήμα μέχρι τη στιγμή που θα φτάσει στο ψηλότερο σημείο του για πρώτη φορά.

$β_2$. Το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του σημείου Ζ τη στιγμή που η ράβδος φτάνει στην κατακόρυφη θέση.

Δίνονται $g=10m/s^2$ και για τη ράβδο $I_{cm}=ML^2/12$ και π3,14.

(Η **2003)**

3. Ομογενής στερεά ράβδος ΟΑ, μήκους $L = 2$ m και μάζας $M = 0,3$ kg μπορεί να περιστρέφεται ελεύθερα (χωρίς τριβές) στο οριζόντιο επίπεδο, περί κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το σταθερό σημείο Ο. Στο άκρο Α της ράβδου στερεώνεται σφαιρίδιο Σ_1 μάζας $m = 0,1$ kg, και το σύστημα ράβδου και σφαιριδίου Σ_1 περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα $\omega = 1$rad/s. Στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο βρίσκεται δεύτερο σφαιρίδιο Σ_2, ίσης μάζας με το Σ_1, προσδεμένο στο άκρο αβαρούς ελατηρίου, σταθεράς $K = 20$ N/m . Ο άξονας του ελατηρίου είναι οριζόντιος και εφάπτεται της κυκλικής τροχιάς του σφαιριδίου Σ_1 (όπως στο σχήμα). Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο ακλόνητα. Οι διαστάσεις των σφαιριδίων είναι αμελητέες. Όταν η ταχύτητα υ του σφαιριδίου Σ_1 έχει τη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου, το σφαιρίδιο Σ_1 αποκολλάται από τη ράβδο και κινούμενο ευθύγραμμα συγκρούεται με το σφαιρίδιο Σ_2 με το οποίο ενσωματώνεται.



Να βρείτε:

α. Τη στροφορμή του συστήματος ράβδου-σφαιριδίου Σ_1 ως προς τον άξονα περιστροφής που διέρχεται από το σημείο Ο.

β. Το μέτρο υ της ταχύτητας του σφαιριδίου τη στιγμή που αποκολλάται από τη ράβδο.

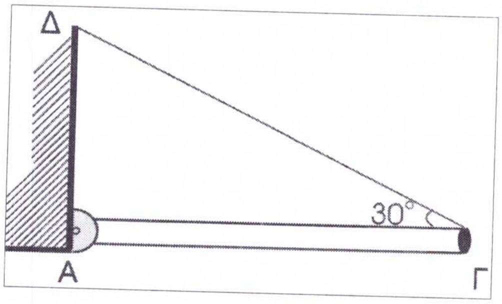
γ. Την περίοδο Τ της ταλάντωσης του συστήματος ελατηρίου συσσωματώματος Σ_1 και Σ_2 .

δ. Το πλάτος της ταλάντωσης αυτής.

(Δίνονται: Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το σημείο Ο, $I_0 = (1/3)ML^2$ και $\pi = 3,14$).

(ΕΣΠ 2003)

4. Ομογενής και ισοπαχής ράβδος ΑΓ με μήκος 1m και βάρος 30N ισορροπεί οριζόντια. Το άκρο Α της ράβδου συνδέεται με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο. Το άλλο άκρο της Γ συνδέεται με τον τοίχο με αβαρές νήμα ΔΓ που σχηματίζει γωνία 30° με τη ράβδο, όπως φαίνεται στο σχήμα.



α. Να υπολογίσετε τα μέτρα των δυνάμεων που ασκούνται στη ράβδο από το νήμα και την άρθρωση.

Κάποια στιγμή κόβουμε το νήμα στο άκρο Γ και η ράβδος αρχίζει να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από την άρθρωση σε κατακόρυφο επίπεδο.

Να υπολογίσετε:

β. Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης της ράβδου μόλις κοπεί το νήμα.

γ. Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής της ράβδου, τη στιγμή που αυτή σχηματίζει γωνία 60° με την αρχική της θέση.

δ. Την κινητική ενέργεια της ράβδου, τη στιγμή που διέρχεται από την κατακόρυφη θέση.

Δίνονται : η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το άκρο της Α και είναι κάθετος σε αυτή είναι $I_A = 1 kg{\cdot}m^2$.

ημ30° = συν 60° = 1/2 , συν30° = ημ60°= $\sqrt{3}/2$

(Ο 2004)

5. Συμπαγής και ομογενής σφαίρα μάζας m=10 kg και ακτίνας R=0,1 m κυλίεται ευθύγραμμα χωρίς ολίσθηση ανερχόμενη κατά μήκος κεκλιμένου επιπέδου γωνίας φ με ημφ=0,56. Τη χρονική στιγμή t=0 το κέντρο μάζας της σφαίρας έχει ταχύτητα με μέτρο υ_0=8m/s. Να υπολογίσετε για τη σφαίρα:

α. Το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής της τη χρονική στιγμή t=0.

β. Το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας της.

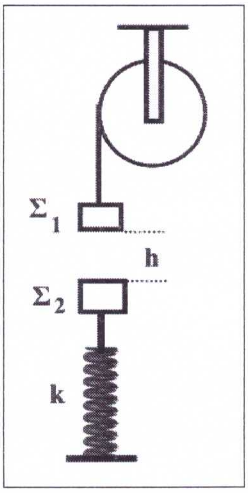
γ. Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής κατά τη διάρκεια της κίνησής της.

δ. Το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας της καθώς ανεβαίνει, τη στιγμή που έχει διαγράψει 30/π περιστροφές.

Δίνονται: η ροπή αδράνειας της σφαίρας περί άξονα διερχόμενο από το κέντρο της: $I= (2/5)mR^2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας: $g = 10m/s^2$.

(Η **2004**)

6. Η ομογενής τροχαλία του σχήματος ακτίνας R=0,2m και μάζας M=3kg μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που περνάει από το κέντρο της και είναι κάθετος στο επίπεδό της. Σώμα Σ_1 μάζας m_1=1kg είναι δεμένο στο ελεύθερο άκρο αβαρούς νήματος το οποίο είναι τυλιγμένο στην περιφέρεια της τροχαλίας. Αρχικά το σύστημα είναι ακίνητο. Κάτω από το Σ_1 και σε απόσταση, h, βρίσκεται σώμα Σ_2 μάζας m_2=3kg το οποίο ισορροπεί στερεωμένο στη μια άκρη κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς k=200N/m η άλλη άκρη του οποίου είναι στερεωμένη στο έδαφος. Αφήνουμε το σύστημα τροχαλίας σώματος Σ_1 ελεύθερο να κινηθεί. Μετά από χρόνο t=1s το Σ_1 συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με το σώμα Σ_2, ενώ το νήμα κόβεται, Το συσσωμάτωμα εκτελεί αμείωτη απλή αρμονική ταλάντωση στην κατακόρυφη διεύθυνση. Να υπολογίσετε:



α. Το μέτρο της επιτάχυνσης με την οποία κινείται το Σ_1 μέχρι την κρούση.

β. Την κινητική ενέργεια της τροχαλίας μετά την κρούση.

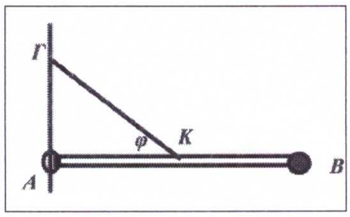
γ. Το πλάτος της ταλάντωσης που εκτελεί το συσσωμάτωμα.

δ. Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος τη στιγμή που απέχει από τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης απόσταση x=0,1m.

Δίνονται $g=10m/s^2$, $I=MR^2/2$. Το νήμα δεν ολισθαίνει μέσα στο αυλάκι της τροχαλίας. Οι διαστάσεις των σωμάτων θεωρούνται αμελητέες.

(Ε Η **2004**)

7. Μια ομογενής ράβδος ΑΒ που έχει μήκος ℓ = 1 m και μάζα M = 6 kg, έχει στο άκρο της Β μόνιμα στερεωμένο ένα σώμα μικρών διαστάσεων με μάζα m=2Kg. Η ράβδος στηρίζεται με το άκρο της Α μέσω άρθρωσης και αρχικά διατηρείται οριζόντια με τη βοήθεια νήματος, το ένα άκρο του οποίου είναι δεμένο στο μέσο της ράβδου και το άλλο στον κατακόρυφο τοίχο, όπως στο σχήμα. Η διεύθυνση του νήματος σχηματίζει γωνία φ = 30ο με την διεύθυνση της ράβδου στην οριζόντια θέση ισορροπίας.



Α. Να υπολογίσετε:

Α.1. Το μέτρο της τάσης του νήματος.

Α.2. Τη ροπή αδράνειας του συστήματος ράβδου– σώματος ως προς άξονα που διέρχεται από το Α και είναι κάθετος στο επίπεδο του σχήματος.

Β. Κάποια στιγμή το νήμα κόβεται και η ράβδος μαζί με το σώμα που είναι στερεωμένο στο άκρο της, αρχίζει να περιστρέφεται στο επίπεδο του σχήματος. Θεωρώντας τις τριβές αμελητέες να υπολογίσετε το μέτρο:

Β.1. Της γωνιακής επιτάχυνσης του συστήματος ράβδου-σώματος ως προς τον άξονα περιστροφής, μόλις κόβεται το νήμα.

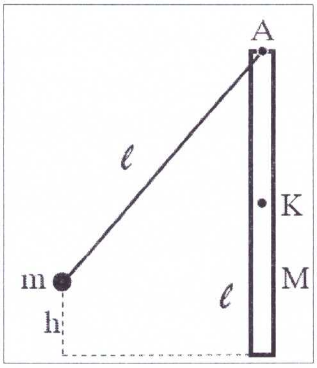
Β.2. Της ταχύτητας του σώματος στο άκρο της ράβδου, όταν αυτή φτάνει στην κατακόρυφη θέση.

Δίνονται: Για τη ράβδο η ροπή αδράνειας ως προς τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας και είναι παράλληλος στον άξονα περιστροφής της: $I = (1/12)\,M\ell^2$.

Η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\,m/s^2$.

(ΕΣΠ 2005)

8. Ομογενής ράβδος μήκους $L=2m$ και μάζας $M=3kg$, είναι αναρτημένη από οριζόντιο άξονα Α, γύρω από τον οποίο μπορεί να περιστραφεί σε κατακόρυφο επίπεδο. Στον ίδιο άξονα Α είναι δεμένο αβαρές νήμα με το ίδιο μήκος L, στο άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σφαιρίδιο μάζας $m=0{,}5kg$. Αρχικά το νήμα είναι τεντωμένο στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο και το σφαιρίδιο βρίσκεται σε ύψος $h=0{,}8m$ πάνω από το κατώτερο σημείο της ράβδου. Στη συνέχεια το σφαιρίδιο αφήνεται ελεύθερο και προσκρούει στο άκρο της ράβδου. Μετά την κρούση το σφαιρίδιο ακινητοποιείται. Οι τριβές θεωρούνται αμελητέες.



Να βρείτε:

α. Την ταχύτητα του σφαιριδίου λίγο πριν την κρούση.

β. Τη γωνιακή ταχύτητα της ράβδου αμέσως μετά την κρούση.

γ. Τη γραμμική ταχύτητα του κέντρου μάζας Κ της ράβδου αμέσως μετά την κρούση.

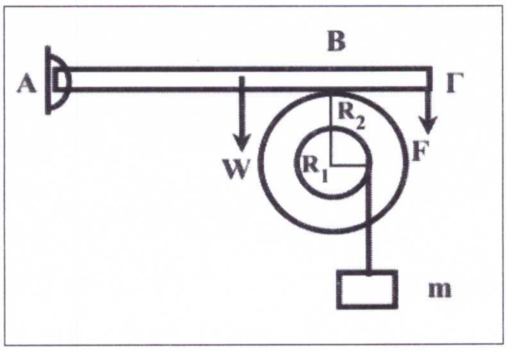
δ. Το ποσό της μηχανικής ενέργειας που μετατράπηκε σε θερμική κατά την κρούση.

ε. Τη μέγιστη ανύψωση του κέντρου μάζας της ράβδου.

<u>Δίνονται</u>: Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της: $I_{cm}= (1/12)\,ML^2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\,m/s^2$.

(ΕΣΠ 2006)

9. Άκαμπτη ομογενής ράβδος ΑΓ με μήκος L και μάζα $M=3kg$ έχει το άκρο της Α αρθρωμένο και ισορροπεί οριζόντια. Στο άλλο άκρο, Γ, ασκείται σταθερή κατακόρυφη δύναμη $F=9N$ με φορά προς τα κάτω, Η ράβδος ΑΓ εφάπτεται στο σημείο Β με στερεό που αποτελείται από δύο ομοαξονικούς κυλίνδρους με ακτίνες $R_1=0{,}1m$ $R_2=0{,}2m$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Η απόσταση του σημείου επαφής Β από το άκρο Γ της ράβδου είναι L/4. Το στερεό μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές, σαν σώμα γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που περνάει από το κέντρο του. Ο άξονας περιστροφής συμπίπτει με τον άξονα συμμετρίας των δύο κυλίνδρων. Η ροπή αδράνειας του στερεού ως προς άξονα περιστροφής είναι $I=0{,}09kgm^2$. Γύρω από τον κύλινδρο ακτίνας R_1 είναι τυλιγμένο



αβαρές και μη εκτατό νήμα στο άκρο του οποίου κρέμεται σώμα μάζας m=1kg.

α. Να υπολογίσετε την κατακόρυφη δύναμη που δέχεται η ράβδος στο σημείο Β από το στερεό.

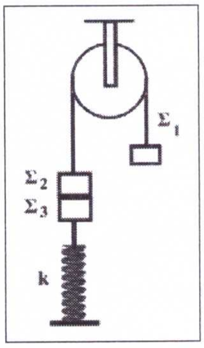
β. Αν το σώμα μάζας m ισορροπεί, να βρείτε το μέτρο της δύναμης στατικής τριβής μεταξύ ράβδου και στερεού.

γ. Στο σημείο επαφής Β μεταξύ ράβδου και στερεού ρίχνουμε ελάχιστη ποσότητα λιπαντικής ουσίας έτσι ώστε να μηδενιστεί η τριβή χωρίς να επιφέρει μεταβολή στη ροπή αδράνειας του στερεού. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας m, όταν θα έχει ξετυλιχτεί νήμα μήκους 0,5m. Να θεωρήσετε ότι το νήμα ξετυλίγεται χωρίς να ολισθαίνει στο εσωτερικό του κυλίνδρου.

δ. Να υπολογίσετε το ρυθμό παραγωγής έργου στο στερεό τη χρονική στιγμή που έχει ξετυλιχτεί νήμα μήκους 0,5m. Δίνεται $g=10m/s^2$.

(Η **2006**)

10. Τροχαλία μάζας M=6kg και ακτίνας R=0,25m μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο της. Γύρω από την τροχαλία υπάρχει αβαρές μη εκτατό νήμα. Στα άκρα του νήματος υπάρχουν σε κατακόρυφη θέση τα σώματα $Σ_1$, $Σ_2$ με μάζες $m_1=4kg$ και $m_2=1kg$ αντίστοιχα. Το σώμα $Σ_2$ είναι κολλημένο με σώμα $Σ_3$ μάζας $m_3=1kg$, το οποίο συγκρατείται από κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς k=100N/m. Το σύστημα αρχικά ισορροπεί όπως στο σχήμα. Κάποια χρονική στιγμή την οποία θεωρούμε ως χρονική στιγμή t=0 τα σώματα $Σ_2$ και $Σ_3$ αποκολλώνται και το $Σ_3$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση κατά τη διεύθυνση της κατακόρυφης. Να υπολογιστούν:



α. Το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος $Σ_3$.

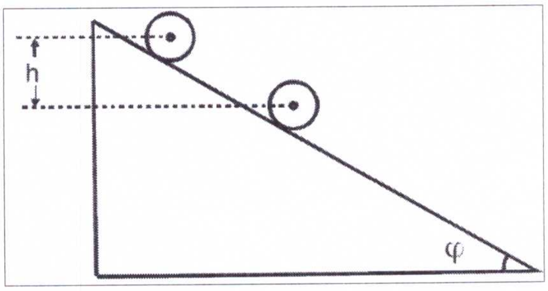
β. Η εξίσωση απομάκρυνσης του σώματος $Σ_3$ σε συνάρτηση με το χρόνο, θεωρώντας ως θετική τη φορά προς τα επάνω.

γ. Η γωνιακή επιτάχυνση της τροχαλίας μετά την αποκόλληση των σωμάτων $Σ_2$ και $Σ_3$.

δ. Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας της τροχαλίας τη χρονική στιγμή t=0,1s.

(Ε Η **2006**)

11. Ένας ομογενής και συμπαγής κύλινδρος μάζας M = 2kg και ακτίνας R=0,2m αφήνεται να κυλήσει κατά μήκος ενός πλάγιου επιπέδου γωνίας κλίσης φ, με ημφ = 0,6, όπως φαίνεται στο σχήμα. Ο κύλινδρος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει. Να υπολογίσετε:



α. το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας του κυλίνδρου καθώς αυτός κυλίεται.

β. το μέτρο της δύναμης της στατικής τριβής που ασκείται στον κύλινδρο από το πλάγιο επίπεδο.

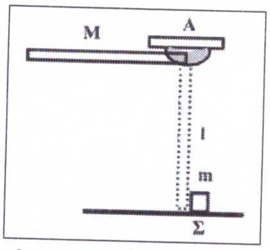
γ. το μέτρο της στροφορμής του κυλίνδρου κατά τον άξονά του, όταν η κατακόρυφη μετατόπιση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου από το σημείο που αυτός αφέθηκε ελεύθερος είναι h_1 = 4,8 m.

δ. το πλήθος των περιστροφών που εκτελεί ο κύλινδρος από τη στιγμή που αφήνεται ελεύθερος μέχρι τη στιγμή που το κέντρο μάζας του έχει μετατοπιστεί κατακόρυφα κατά h_2 = 2,4π m.

Δίνονται: Η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονά του $I=(1/2)MR^2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\ m/s^2$.

(Ο **2007**)

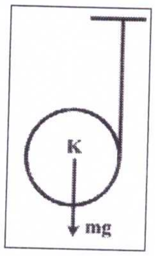
12. Ομογενής ράβδος μήκους L=0,3m και μάζας M=1,2kg μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το άκρο Α. Αρχικά την κρατάμε σε οριζόντια θέση και στη συνέχεια την αφήνουμε ελεύθερη.



α. Να βρείτε τη γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της τη στιγμή που την αφήνουμε ελεύθερη.
β. Να βρείτε τη στροφορμή της ράβδου όταν φτάνει στην κατακόρυφη θέση.
Τη στιγμή που φτάνει στην κατακόρυφη θέση το κάτω άκρο της ράβδου συγκρούεται ακαριαία με ακίνητο σώμα Σ αμελητέων διαστάσεων που έχει μάζα m=0,4kg. Μετά την κρούση η ράβδος και το σώμα κινούνται προς την ίδια κατεύθυνση. Δίνεται ότι η γωνιακή ταχύτητα της ράβδου μετά την κρούση είναι ίση με ω/5, όπου ω η γωνιακή της ταχύτητα μόλις πριν την κρούση.
γ. Να βρείτε την ταχύτητα του σώματος Σ αμέσως μετά την κρούση,
δ. Να βρείτε το ποσοστό της μηχανικής ενέργειας που μετατράπηκε σε θερμική ενέργεια κατά την κρούση. Δίνονται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα Α, $I_A=ML^2/3$ και $g=10m/s^2$.

(Η **2007**)

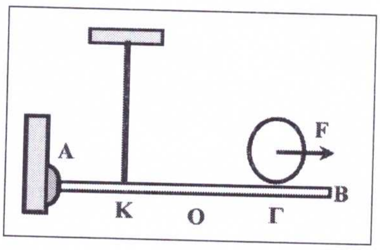
13. Στο γιογιό του σχήματος που έχει μάζα m=6kg και ακτίνα R=0,1m έχει τυλιχτεί πολλές φορές γύρω του αβαρές λεπτό νήμα. Με σταθερό το ένα άκρο του νήματος αφήνουμε το γιογιό να κατεβαίνει. Όταν αυτό έχει κατέβει κατά h=5/3m αποκτά μεταφορική ταχύτητα $υ_{cm}=5m/s$. Να βρείτε:



α. Τη μεταφορική επιτάχυνση του κέντρου μάζας του σώματος.
β. Τη γωνιακή επιτάχυνση του σώματος και την τάση του νήματος.
γ. Το λόγο της στροφικής κινητικής ενέργειας του σώματος προς τη μεταφορική κινητική ενέργεια του σώματος, χωρίς να θεωρήσετε γνωστό τον τύπο της ροπής αδράνειας του γιογιό.
δ. Τη σχέση που περιγράφει πως μεταβάλλεται η στροφική κινητική ενέργεια του σώματος σε σχέση με το χρόνο.
Δίνεται $g=10m/s^2$

(ΕΣΠ **2007**)

14. Ομογενής και ισοπαχής ράβδος μήκους L=4m και μάζας M=2kg ισορροπεί οριζόντια. Το άκρο Α της ράβδου συνδέεται με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο. Σε σημείο Κ της ράβδου έχει προσδεθεί το ένα άκρο κατακόρυφου αβαρούς νήματος σταθερού μήκους, με το επάνω άκρο του συνδεδεμένο στην οροφή όπως φαίνεται στο σχήμα. Στο σημείο Γ ισορροπεί ομογενής σφαίρα μάζας m=2,5kg και ακτίνας r=0,2m. Δίνονται ΑΚ=L/4 και ΑΓ=3L/4.

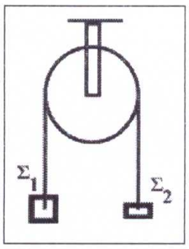


α. Να υπολογιστεί το μέτρο της δύναμης που ασκεί το νήμα στη ράβδο.
Τη χρονική στιγμή t=0 ασκείται στο κέντρο μάζας της σφαίρας με κατάλληλο τρόπο, σταθερή οριζόντια δύναμη F=7N, με φορά προς το άκρο Β. Η σφαίρα κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει.

β. Να υπολογιστεί το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας της σφαίρας κατά την κίνησή της.
γ. Να υπολογιστεί το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας της σφαίρας όταν φτάνει στο άκρο Β.
δ. Να υπολογιστεί το μέτρο της στροφορμής της σφαίρας όταν φτάσει στο άκρο Β.
Δίνονται: η ροπή αδράνειας της σφαίρας μάζας m ως προς το κέντρο μάζας της $I=2mr^2/5$ και $g=10m/s^2$.

(Η **2008**)

15. Η ομογενής τροχαλία του σχήματος έχει μάζα M = 6 kg και ακτίνα R = 0,3 m. Τα σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ έχουν αντίστοιχα μάζες m_1= 5kg και m_2 = 2kg.
Η τροχαλία και τα σώματα $Σ_1$,$Σ_2$ είναι αρχικά ακίνητα και τα κέντρα μάζας των $Σ_1$, $Σ_2$ βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο.
Τη χρονική στιγμή t = 0 το σύστημα αφήνεται ελεύθερο να κινηθεί.
Να υπολογίσετε:

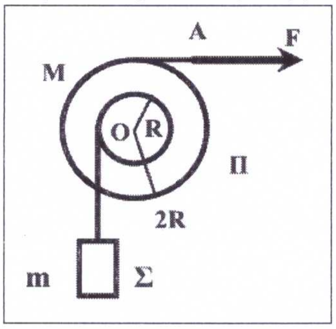


α. το μέτρο της επιτάχυνσης με την οποία θα κινηθούν τα σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$.
β. το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης της τροχαλίας.
γ. το μέτρο της στροφορμής της τροχαλίας, ως προς τον άξονα περιστροφής της, τη χρονική στιγμή t_1 = 2 s.
δ. τη χρονική στιγμή t_2 κατά την οποία η κατακόρυφη απόσταση των κέντρων μάζας των $Σ_1$, $Σ_2$ θα είναι h = 3 m.

Δίνονται: Η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής της $I=MR^2/2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$.
Σημείωση: Η τριβή ανάμεσα στην τροχαλία και στο νήμα είναι αρκετά μεγάλη, ώστε να μην παρατηρείται ολίσθηση.
Να θεωρήσετε ότι τα σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ δεν φτάνουν στο έδαφος ούτε συγκρούονται με την τροχαλία.

(Ο 2008)

16. Στερεό Π μάζας M=10kg αποτελείται από δύο κολλημένους ομοαξονικούς κυλίνδρους με ακτίνες R και 2R, όπου R=0,2m όπως στο σχήμα. Η ροπή αδράνειας του στερεού Π ως προς τον άξονα περιστροφής του είναι $I=MR^2$. Το στερεό Π περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα Ο΄Ο, που συμπίπτει με τον άξονά του. Το σώμα Σ μάζας m=20kg κρέμεται από το ελεύθερο άκρο αβαρούς νήματος που είναι τυλιγμένο στον κύλινδρο ακτίνας R. Γύρω από το τμήμα του στερεού Π με ακτίνα 2R είναι τυλιγμένο πολλές φορές νήμα, στο ελεύθερο άκρο Α του οποίου μπορεί να ασκείται οριζόντια δύναμη F.



α. Να βρείτε το μέτρο της αρχικής δύναμης F_0 που ασκείται στο ελεύθερο άκρο Α του νήματος, ώστε το σύστημα που εικονίζεται στο σχήμα να παραμένει ακίνητο.
Τη χρονική στιγμή t_0=0 που το σύστημα του σχήματος είναι ακίνητο, αυξάνουμε τη δύναμη ακαριαία έτσι ώστε να γίνει F=115 N.
β. Να βρείτε την επιτάχυνση του σώματος Σ.
Για τη χρονική στιγμή που το σώμα Σ έχει ανέλθει κατά h=2m, να βρείτε:
γ. Το μέτρο της στροφορμής του στερεού Π ως προς τον άξονα περιστροφής του.
δ. Τη μετατόπιση του σημείου Α από την αρχική του θέση.

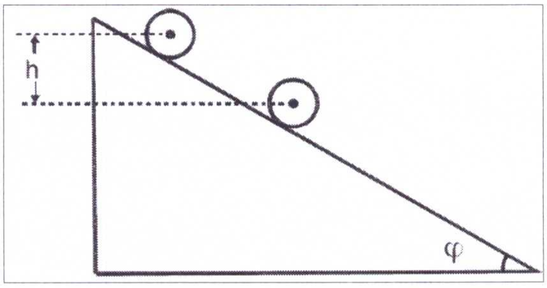
ε. Το ποσοστό του έργου της δύναμης F που μετατράπηκε σε κινητική ενέργεια του στερεού Π κατά τη μετατόπιση του σώματος Σ κατά h.

Δίνεται $g=10\ m/s^2$.

Το συνολικό μήκος κάθε νήματος παραμένει σταθερό.

(Η **2009**)

17. Ομογενής και συμπαγής κύλινδρος μάζας m = 5kg και ακτίνας R = 0,2m αφήνεται από την ηρεμία (θέση Α) να κυλήσει κατά μήκος πλάγιου επιπέδου, όπως φαίνεται στο σχήμα. Ο κύλινδρος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει. Τη στιγμή που το κέντρο μάζας του κυλίνδρου έχει κατακόρυφη μετατόπιση h (θέση Γ), η ταχύτητα του κέντρου μάζας του είναι $\upsilon_{cm}=8m/s$.



Να υπολογίσετε:

α. Τη γωνιακή ταχύτητα ω του κυλίνδρου στη θέση Γ.

β. Τη στροφορμή του κυλίνδρου στη θέση Γ.

γ. Την κατακόρυφη μετατόπιση h.

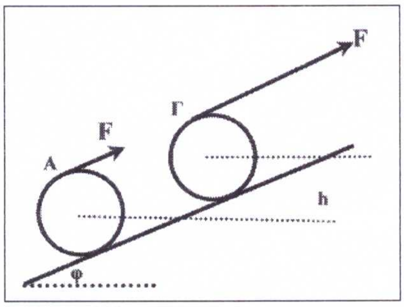
δ. Τον λόγο της μεταφορικής προς την περιστροφική κινητική ενέργεια του κυλίνδρου σε κάποια χρονική στιγμή, κατά τη διάρκεια της κίνησής του.

Δίνεται: $g = 10\ m/s^2$.

Η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του είναι $I=mR^2/2$.

(ΕΣΠ **2009**)

18. Στην επιφάνεια ενός ομογενούς κυλίνδρου μάζας M = 40 kg και ακτίνας R = 0,2 m, έχουμε τυλίξει λεπτό σχοινί αμελητέας μάζας, το ελεύθερο άκρο του οποίου έλκεται με σταθερή δύναμη F παράλληλη προς την επιφάνεια κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσεως 30^0, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το σχοινί ξετυλίγεται χωρίς ολίσθηση, περιστρέφοντας ταυτόχρονα τον κύλινδρο. Ο κύλινδρος κυλίεται πάνω στην επιφάνεια του κεκλιμένου επιπέδου χωρίς ολίσθηση.



α. Να υπολογισθεί το μέτρο της δύναμης F, ώστε ο κύλινδρος να ανεβαίνει στο κεκλιμένο επίπεδο με σταθερή ταχύτητα.

Αν αρχικά ο κύλινδρος είναι ακίνητος με το κέντρο μάζας του στη θέση Α και στο ελεύθερο άκρο του σχοινιού ασκηθεί σταθερή δύναμη F = 130N, όπως στο σχήμα:

β. Να υπολογισθεί η επιτάχυνση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου.

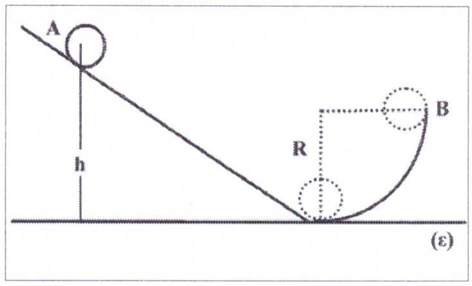
γ. Να υπολογισθεί το μέτρο της στροφορμής του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του όταν το κέντρο μάζας του περνάει από τη θέση Γ του σχήματος, η οποία βρίσκεται h = 1m ψηλότερα από τη θέση Α.

δ. Να υπολογισθεί το έργο της δύναμης F κατά τη μετακίνηση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου από τη θέση Α στη θέση Γ και να δείξετε ότι αυτό ισούται με τη μεταβολή της μηχανικής ενέργειας του κυλίνδρου κατά τη μετακίνηση αυτή.

Δίνονται: επιτάχυνση βαρύτητας $g = 10m/s^2$, ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του $I=MR^2/2$, $ημ30^o = 1/2$.

(ΕΗ **2009**)

19. Μια μικρή σφαίρα μάζας m=1kg, ακτίνας r=0,02m και ροπής αδράνειας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της $I_{cm}=2mr^2/5$, αφήνεται από το σημείο Α που βρίσκεται σε ύψος h=9m πάνω από το οριζόντιο επίπεδο, όπως φαίνεται στο σχήμα.



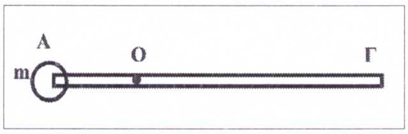
Η σφαίρα κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει. Όταν η σφαίρα διέρχεται από το σημείο Β του οδηγού, το οποίο απέχει απόσταση R=2m από το οριζόντιο επίπεδο, να υπολογίσετε:

1. τη ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς άξονα που διέρχεται από το σημείο Β και είναι παράλληλος προς τον άξονα περιστροφής της.
2. το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας της σφαίρας.
3. το μέτρο της στροφορμής της σφαίρας ως προς τον άξονα περιστροφής της.
4. το μέγιστο ύψος στο οποίο θα φθάσει το κέντρο μάζας της σφαίρας, από το σημείο Β.

Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας: $g = 10m/s^2$

(Ο 2010)

20. Λεπτή ομογενής ράβδος ΑΓ μήκους ℓ και μάζας Μ μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα κάθετο στη ράβδο χωρίς τριβές, ο οποίος διέρχεται από το σημείο Ο της ράβδου. Η απόσταση του σημείου Ο από το Α είναι ℓ/4. Στο άκρο Α της ράβδου στερεώνεται σημειακή μάζα m, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Η ράβδος ισορροπεί σε οριζόντια θέση και δέχεται από τον άξονα δύναμη μέτρου F = 20N.

1. Να υπολογιστούν οι μάζες m και M.

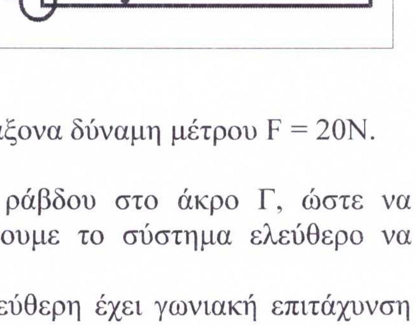
Στη συνέχεια τοποθετούμε τον άξονα περιστροφής της ράβδου στο άκρο Γ, ώστε να παραμένει οριζόντιος και κάθετος στη ράβδο, και αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο να περιστραφεί από την οριζόντια θέση. Να υπολογίσετε:

2. το μήκος ℓ της ράβδου, αν τη στιγμή που αφήνεται ελεύθερη έχει γωνιακή επιτάχυνση μέτρου $\alpha_{\gamma\nu}$= 3,75rad/s2.
3. το λόγο της κινητικής ενέργειας της μάζας m προς τη συνολική κινητική ενέργεια του συστήματος, κατά τη διάρκεια της περιστροφής του συστήματος των δύο σωμάτων.
4. το μέτρο της στροφορμής του συστήματος των δύο σωμάτων, όταν η ράβδος έχει στραφεί κατά γωνία φ ως προς την οριζόντια διεύθυνση τέτοια, ώστε ημφ = 0,3.

Δίνονται: επιτάχυνση βαρύτητας $g = 10m/s^2$, ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα κάθετο στη ράβδο που διέρχεται από το κέντρο μάζας της $I_{cm}=M\ell^2/12$

(ΕΗ 2010)

21. Θέλουμε να μετρήσουμε πειραματικά την άγνωστη ροπή αδράνειας δίσκου μάζας m=2 kg και ακτίνας r=1 m. Για το σκοπό αυτό αφήνουμε τον δίσκο να κυλίσει χωρίς ολίσθηση σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας φ=30° ξεκινώντας από την ηρεμία. Διαπιστώνουμε ότι ο δίσκος διανύει την απόσταση x=2 m σε χρόνο t=1 s.



1. Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειάς του ως προς τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του και είναι κάθετος στο επίπεδό του.
2. Από την κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου αφήνονται να κυλίσουν ταυτόχρονα δίσκος και δακτύλιος ίδιας μάζας Μ

και ίδιας ακτίνας R. Η ροπή αδράνειας του δίσκου είναι $I_1=MR^2/2$ και του δακτυλίου $I_2=MR^2$ ως προς τους άξονες που διέρχονται από τα κέντρα μάζας τους και είναι κάθετοι στα επίπεδά τους. Να υπολογίσετε ποιο από τα σώματα κινείται με τη μεγαλύτερη επιτάχυνση.

Συνδέουμε με κατάλληλο τρόπο τα κέντρα μάζας των δύο στερεών, όπως φαίνεται και στο σχήμα, με ράβδο αμελητέας μάζας, η οποία δεν εμποδίζει την περιστροφή τους και δεν ασκεί τριβές. Το σύστημα κυλίεται στο κεκλιμένο επίπεδο χωρίς να ολισθαίνει.

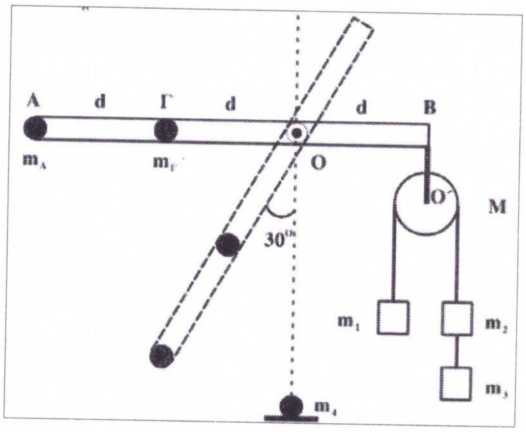
3. Να υπολογίσετε το λόγο των κινητικών ενεργειών K_1/K_2 όπου K_1 η κινητική ενέργεια του δίσκου και K_2 η κινητική ενέργεια του δακτυλίου.

4. Αν η μάζα κάθε στερεού είναι M=1,4 kg, να υπολογίσετε τις δυνάμεις που ασκεί η ράβδος σε κάθε σώμα. Μεταφέρετε το σχήμα στο τετράδιό σας και σχεδιάστε τις πιο πάνω δυνάμεις.

Δίνεται: $g=10\ m/s^2$, ημ30°=1/2

(Η 2010)

22. Αβαρής ράβδος μήκους 3d (d=1m) μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα, που είναι κάθετος σε αυτήν και διέρχεται από το Ο. Στο άκρο Α που βρίσκεται σε απόσταση 2d από το Ο υπάρχει σημειακή μάζα $m_A=1$ kg και στο σημείο Γ, που βρίσκεται σε απόσταση d από το Ο έχουμε επίσης σημειακή μάζα $m_Γ=6$ kg. Στο άλλο άκρο της ράβδου, στο σημείο Β, είναι αναρτημένη τροχαλία μάζας M=4 kg από την οποία κρέμονται οι μάζες $m_1=2$ kg, $m_2=m_3=1$ kg. Η τροχαλία μπορεί να περιστρέφεται γύρω από άξονα Ο΄.



Δ1. Αποδείξτε ότι το σύστημα ισορροπεί με τη ράβδο στην οριζόντια θέση.

Κόβουμε το Ο΄Β, που συνδέει την τροχαλία με τη ράβδο στο σημείο Β.

Δ2. Βρείτε τη γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου, όταν αυτή σχηματίζει γωνία 30^o με την κατακόρυφο.

Όταν η σημειακή μάζα m_A φτάνει στο κατώτατο σημείο, συγκρούεται πλαστικά με ακίνητη σημειακή μάζα $m_4=5$ kg.

Δ3. Βρείτε τη γραμμική ταχύτητα του σημείου Α αμέσως μετά τη κρούση.

Στην αρχική διάταξη, όταν η τροχαλία με τα σώματα είναι δεμένη στο Β, κόβουμε το νήμα που συνδέει μεταξύ τους τα σώματα m_2 και m_3 και αντικαθιστούμε την m_A με μάζα m.

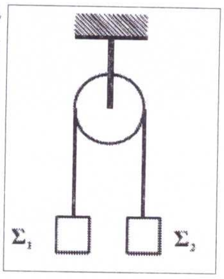
Δ4. Πόση πρέπει να είναι η μάζα m, ώστε η ράβδος να διατηρήσει την ισορροπία της κατά τη διάρκεια περιστροφής της τροχαλίας;

Τα νήματα είναι αβαρή, τριβές στους άξονες δεν υπάρχουν και το νήμα δεν ολισθαίνει στη τροχαλία.

Δίνεται: $g=10\ m/s^2$, ημ30°=1/2, ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο της $I=MR^2/2$.

(Η 2011)

23. Η τροχαλία του σχήματος είναι ομογενής με μάζα m=4 kg και ακτίνα R=0,5m. Τα σώματα Σ1 και Σ2 έχουν μάζες m_1=2 kg και m_2=1 kg αντίστοιχα και βρίσκονται αρχικά ακίνητα στο ίδιο ύψος. Κάποια στιγμή (t0=0) αφήνονται ελεύθερα.



Να βρείτε:

Δ1. Το μέτρο της επιτάχυνσης που θα αποκτήσουν τα σώματα Σ1 και Σ2.

Δ2. Τα μέτρα των τάσεων των νημάτων.

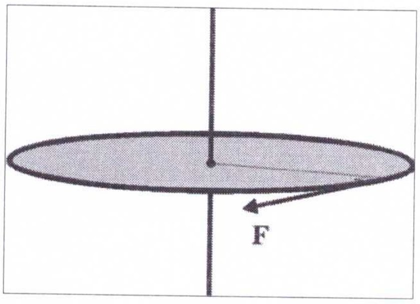
Δ3. Το μέτρο της γωνιακής ταχύτητα της τροχαλίας τη στιγμή t=2 s.

Δ4. Την κινητική ενέργεια του συστήματος, τη στιγμή που το κάθε σώμα έχει μετατοπιστεί κατά h=3 m.

Δίνεται: g=10m/s^2. Η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο της είναι I= ½ mR^2. Τα νήματα δεν ολισθαίνουν στην τροχαλία.

(ΕΣΠ 2011)

24. Οριζόντιος ομογενής δίσκος με μάζα M = 2Kg και ακτίνα R = 0,5m μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από σταθερό κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο του.



Ο δίσκος αρχικά είναι ακίνητος. Κάποια στιγμή t_0 = 0, ασκείται σε σημείο της περιφέρειας του δίσκου δύναμη σταθερού μέτρου F = 10N, συνεχώς εφαπτόμενη σε αυτόν.

i) Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης F από τη στιγμή t_0 = 0 έως τη στιγμή που η γωνιακή ταχύτητα του δίσκου έχει γίνει ω = 8rad/s.

ii) Να υπολογίσετε τη γωνία που έχει διαγράψει ο δίσκος μέχρι εκείνη τη στιγμή.

iii) Να υπολογίσετε την ισχύ της δύναμης F την ίδια στιγμή.

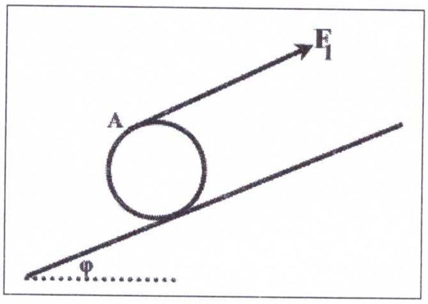
Τη στιγμή που η γωνιακή ταχύτητα του δίσκου είναι ω = 8rad/s, η δύναμη F καταργείται και ο δίσκος συνεχίζει να στρέφεται με την ταχύτητα αυτή. Από κάποιο ύψος αφήνεται να πέσει ένα κομμάτι λάσπης μάζας m = 1Kg αμελητέων διαστάσεων, που κολλάει στον δίσκο σε σημείο της περιφέρειάς του.

iv) Να υπολογίσετε τη νέα γωνιακή ταχύτητα που θα αποκτήσει το σύστημα δίσκος – λάσπη.

Η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του είναι I= ½ MR^2.

(Ε ΕΣΠ 2011)

25. Ομογενής δίσκος μάζας m=4kg και ακτίνας R=0,1m είναι ακίνητος πάνω σε πλάγιο επίπεδο γωνίας κλίσης $\varphi=30^0$ με τον άξονά του οριζόντιο. Γύρω από το δίσκο είναι τυλιγμένο λεπτό, αβαρές και μη ελαστικό νήμα. Στην ελεύθερη άκρη του νήματος ασκείται σταθερή δύναμη μέτρου F_1 με διεύθυνση παράλληλη προς την επιφάνεια του πλάγιου επιπέδου και με φορά προς τα πάνω, όπως φαίνεται στο σχήμα.



α. Να υπολογίσετε το μέτρο της στατικής τριβής που δέχεται ο δίσκος από το πλάγιο επίπεδο.

Αντικαθιστούμε τη δύναμη F_1 με δύναμη F_2 ίδιας κατεύθυνσης με την F_1 και μέτρου F_2 =7N, με αποτέλεσμα ο δίσκος να αρχίσει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει προς τα κάτω. Το νήμα τυλίγεται γύρω από το δίσκο χωρίς να ολισθαίνει.

β. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του δίσκου, καθώς και τη νέα τιμή της στατικής τριβής.

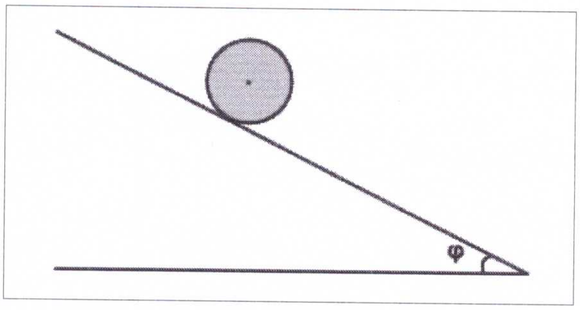
γ. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σημείου εφαρμογής της F_2 τη χρονική στιγμή t_1 κατά την οποία ο δίσκος έχει αποκτήσει γωνιακή ταχύτητα μέτρου ω_1 =10 rad/s.

δ. Να υπολογίσετε το διάστημα που διάνυσε το κέντρο μάζας του δίσκου από τη στιγμή που άρχισε να κινείται μέχρι τη χρονική στιγμή t_1.

Δίνονται: ημ30^0=1/2, η επιτάχυνση της βαρύτητας g=10 m/s^2 και η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του I= ½MR^2

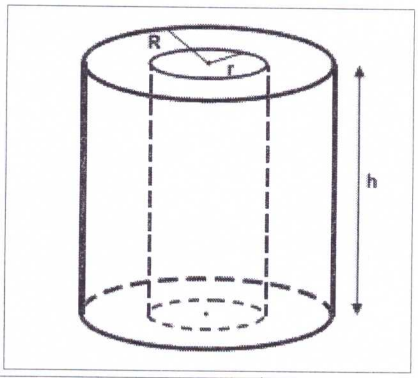
(Ο. 2011)

26. Δίνεται συμπαγής, ομογενής κύλινδρος μάζας M και ακτίνας R. Αφήνουμε τον κύλινδρο να κυλίσει χωρίς ολίσθηση, υπό την επίδραση της βαρύτητας (με επιτάχυνση της βαρύτητας g), πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας φ, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα:



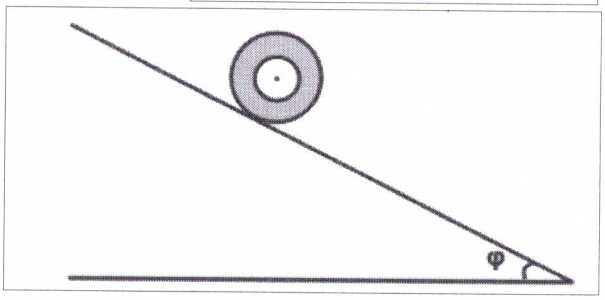
Δ1. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου. Ο άξονας του κυλίνδρου διατηρείται οριζόντιος.

Δ2. Από το εσωτερικό αυτού του κυλίνδρου, που έχει ύψος h, αφαιρούμε πλήρως ένα ομοαξονικό κύλινδρο ακτίνας $r = \frac{R}{2}$ και μάζας $m = \frac{M}{4}$, όπως απεικονίζεται στο παρακάτω σχήμα.



Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας του κοίλου κυλίνδρου, ως προς τον άξονά του, που προκύπτει μετά την αφαίρεση του εσωτερικού κυλινδρικού τμήματος.

Ο κοίλος κύλινδρος που προκύπτει αφήνεται να κυλίσει χωρίς ολίσθηση, υπό την επίδραση της βαρύτητας (με επιτάχυνση βαρύτητας g), στο ίδιο κεκλιμένο επίπεδο, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



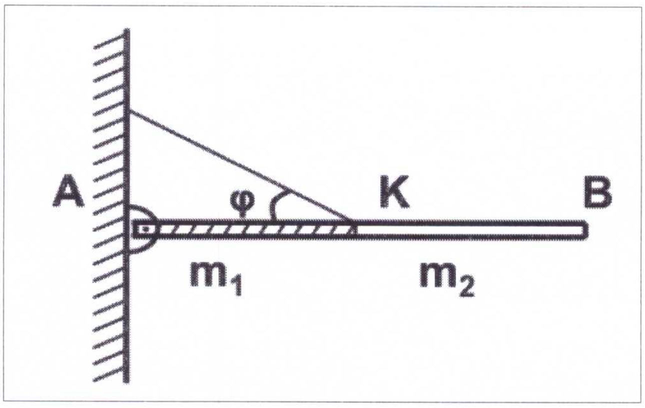
Δ3. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του κοίλου κυλίνδρου. Ο άξονας του κυλίνδρου διατηρείται πάντα οριζόντιος.

Δ4. Να υπολογίσετε, σε κάθε χρονική στιγμή της κύλισης στο κεκλιμένο επίπεδο, το λόγο της μεταφορικής προς την περιστροφική κινητική ενέργεια του κοίλου κυλίνδρου. Ο άξονας του κυλίνδρου διατηρείται πάντα οριζόντιος.

Δίνονται: Η ροπή αδράνειας I συμπαγούς και ομογενούς κυλίνδρου μάζας M και ακτίνας R, ως προς τον άξονα γύρω από τον οποίο στρέφεται: I = ½MR^2

(Η 2013)

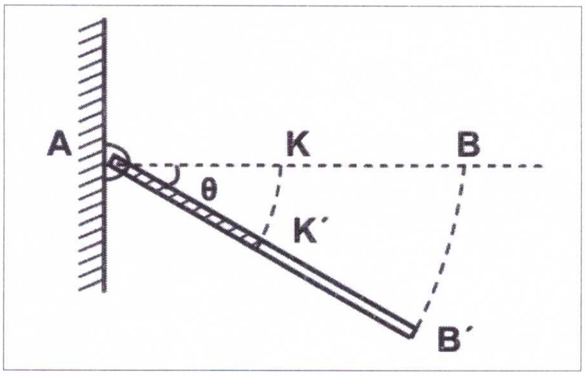
27. Μια ισοπαχής δοκός ΑΒ αποτελείται από δύο ομογενή τμήματα ΑΚ και ΚΒ, μήκους L/2 το καθένα, με μάζες $m_1 = 5.m_2$ και $m_2 = 0{,}5$ kg, αντίστοιχα. Τα κομμάτια αυτά είναι κολλημένα μεταξύ τους στο σημείο Κ, ώστε να σχηματίζουν τη δοκό ΑΒ μήκους $L = 1$ m. Η δοκός ισορροπεί σε οριζόντια θέση, με το άκρο της Α να στηρίζεται στον τοίχο μέσω άρθρωσης, ενώ το μέσο της Κ συνδέεται με τον τοίχο με σχοινί που σχηματίζει γωνία $\varphi = 30°$ με τη δοκό.



Δ1. Να υπολογίσετε τις δυνάμεις που δέχεται η δοκός από το σχοινί και την άρθρωση.

Κάποια στιγμή το σχοινί κόβεται και η ράβδος αρχίζει να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από το άκρο της Α σε κατακόρυφο επίπεδο.

Δ2. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης της ράβδου σε συνάρτηση με τη γωνία θ, που σχηματίζει αυτή με την αρχική της θέση ($0° \leq \theta < 90°$).



Δ3. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του άκρου Β΄ της ράβδου ($\upsilon_{B'}$) σε συνάρτηση με τη γωνία θ.

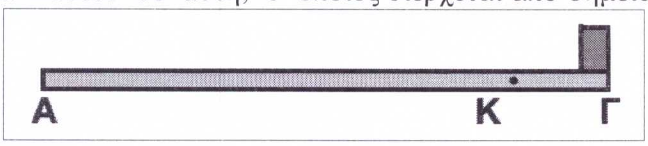
Τη στιγμή που η ράβδος έχει στραφεί κατά γωνία $\theta = 30°$, συγκρούεται πλαστικά με αρχικά ακίνητο σφαιρίδιο αμελητέων διαστάσεων και μάζας $m = m_2$, το οποίο σφηνώνεται στο μέσο Κ΄ της ράβδου.

Δ4. Να υπολογίσετε το ποσοστό απώλειας της κινητικής ενέργειας κατά την κρούση.

Δίνονται: η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10$ m/s^2, ροπή αδράνειας ομογενούς και ισοπαχούς ράβδου μάζας m και μήκους L ως προς άξονα κάθετο στο μέσο της $I_{cm} = M\ell^2 / 12$

(Ε Η 2013)

28. Λεπτή ομογενής ράβδος ΑΓ μήκους $\ell = 1{,}5$ m και μάζας Μ μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβή γύρω από οριζόντιο άξονα κάθετο σε αυτή, ο οποίος διέρχεται από σημείο Κ της ράβδου και απέχει από το άκρο Γ απόσταση $d = L/6$. Στο άκρο Γ τοποθετούμε σώμα μάζας $m = 3{,}2$ kg αμελητέων διαστάσεων και το σύστημα ισορροπεί με τη ράβδο σε οριζόντια θέση.



Να υπολογίσετε:

Δ1. τη μάζα M της ράβδου και το μέτρο της δύναμης που δέχεται η ράβδος από τον άξονα.

Δ2. τη ροπή αδράνειας του συστήματος ράβδος - σώμα ως προς τον άξονα περιστροφής.

Απομακρύνουμε το σώμα μάζας m και τη στιγμή $t = 0$ αφήνουμε τη ράβδο ελεύθερη να περιστραφεί από την οριζόντια θέση. Να υπολογίσετε:

Δ3. το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης της ράβδου τη στιγμή $t = 0$.

Δ4. το μέτρο της στροφορμής της ράβδου, όταν αυτή σχηματίζει με την αρχική της οριζόντια θέση γωνία φ (ημφ= 0,7) για πρώτη φορά.
Δίνονται: η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της και είναι κάθετος στη ράβδο $I_{cm} = M\ell^2 / 12$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας: $g = 10\ m/s^2$.

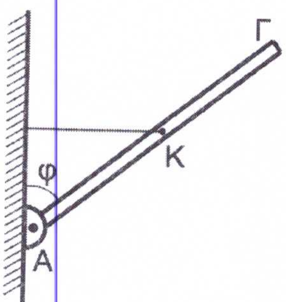
(Ο. 2013)

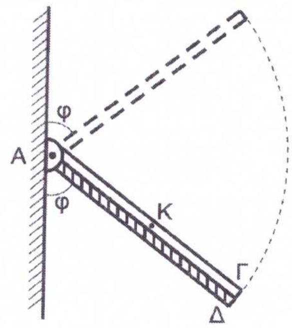
29. Λεπτή, άκαμπτη και ομογενής ράβδος ΑΓ μήκους $\ell = 2m$ και μάζας $M = 5,6$ kg ισορροπεί με τη βοήθεια οριζόντιου νήματος, μη εκτατού, που συνδέεται στο μέσο της, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το άκρο Α της ράβδου συνδέεται με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο. Δίνεται: ημφ = 0,6 και συνφ = 0,8

Δ1. Να προσδιορίσετε τη δύναμη F που δέχεται η ράβδος από την άρθρωση.

Μικρή ομογενής σφαίρα, μάζας m = 0,4 kg και ακτίνας r =1/70 m κυλίεται χωρίς ολίσθηση, έχοντας εκτοξευθεί κατά μήκος της ράβδου από το σημείο Κ προς το άκρο Γ.

Δ2. Να βρεθεί η γωνιακή επιτάχυνση της σφαίρας κατά την κίνησή της από το Κ μέχρι το Γ.





Δ3. Με δεδομένο ότι η σφαίρα φτάνει στο άκρο Γ, να βρείτε τη σχέση που περιγράφει την τάση του νήματος σε συνάρτηση με την απόσταση του σημείου επαφής της σφαίρας με τη ράβδο, από το σημείο Κ.

Αφού η σφαίρα έχει εγκαταλείψει τη ράβδο, κόβουμε το νήμα. Η ράβδος στρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από οριζόντιο άξονα, ο οποίος διέρχεται από το άκρο της Α, χωρίς τριβές.

Δ4. Να υπολογίσετε τον ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας της ράβδου στη θέση στην οποία η ράβδος σχηματίζει γωνία φ με την κατακόρυφο που διέρχεται από το άκρο Α, όπως στο παρακάτω σχήμα.

Δεύτερη λεπτή, άκαμπτη και ομογενής ράβδος ΑΔ, μήκους $\ell' = \ell$ και μάζας $M' = 3\ M$ είναι αρθρωμένη και αυτή στο σημείο Α γύρω από τον ίδιο άξονα περιστροφής με την ράβδο ΑΓ. Η ράβδος ΑΔ συγκρατείται ακίνητη, με κατάλληλο μηχανισμό, σε θέση όπου σχηματίζει γωνία φ με τον κατακόρυφο τοίχο όπως στο σχήμα. Οι δύο ράβδοι συγκρούονται και ταυτόχρονα ο μηχανισμός ελευθερώνει τη ράβδο ΑΔ χωρίς απώλεια ενέργειας. Οι ράβδοι μετά την κρούση κινούνται σαν ένα σώμα, χωρίς τριβές. Ο χρόνος της κρούσης θεωρείται αμελητέος.

Δ5. Να υπολογίσετε το ποσοστό απώλειας της κινητικής ενέργειας του συστήματος κατά την κρούση.

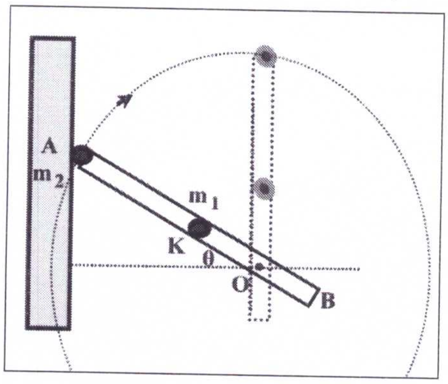
Όλες οι κινήσεις πραγματοποιούνται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο.
Δίνονται :

• Η ροπή αδράνειας I_ρ λεπτής ομογενούς ράβδου μάζας Μ και μήκους ℓ, ως προς άξονα που διέρχεται από το ένα της άκρο και είναι κάθετος σε αυτή: $I_\rho = 1/3\ M\ \ell^2$

• Η ροπή αδράνειας $I_{σφ}$ ομογενούς σφαίρας μάζας m και ακτίνας r ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της : $I_{σφ}=2/5$ M m r^2
• g = 10 m / s^2

(Η 2014)

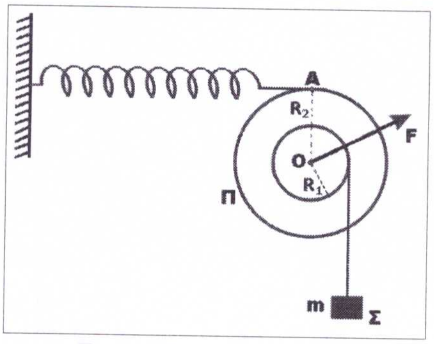
30. Λεπτή, άκαμπτη και ισοπαχής ράβδος ΑΒ μήκους L= 1 m και μάζας Μ = 3 kg, μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από σημείο Ο αυτής, είναι κάθετος στη ράβδο και απέχει από το άκρο της Β απόσταση ΟΒ=d=L/4. Στο μέσο Κ της ράβδου και στο άκρο της Α στερεώνουμε δύο σφαιρίδια μάζας m_1 και m_2 αντίστοιχα, όπου $m_1 = m_2 = 1$ kg. Δίνοντας κατάλληλη ώθηση το σύστημα περιστρέφεται και χτυπά σε κατακόρυφο τοίχο με το άκρο Α, τη στιγμή που η ράβδος σχηματίζει με το οριζόντιο επίπεδο γωνία θ, τέτοια ώστε ημθ = 0,83 (σχήμα).



Δ1. Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας του συστήματος ράβδου-σφαιριδίων ως προς τον άξονα περιστροφής.
Δ2. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας $ω_2$ του συστήματος ράβδου-σφαιριδίων αμέσως μετά την κρούση, ώστε αυτό να εκτελέσει οριακά ανακύκλωση.
Δ3. Κατά την κρούση με τον τοίχο, το ποσοστό απωλειών της κινητικής ενέργειας είναι το 75% της κινητικής ενέργειας του συστήματος ράβδου-σφαιριδίων πριν την κρούση. Να υπολογίσετε τη μεταβολή της στροφορμής του συστήματος ως προς τον άξονα περιστροφής του κατά την κρούση.
Δ4. Όταν το σύστημα ράβδου - σφαιριδίων περνά από την οριζόντια θέση για πρώτη φορά, να υπολογίσετε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του σφαιριδίου m_2 ως προς τον άξονα που διέρχεται από το σημείο Ο.
Δίνονται: επιτάχυνση βαρύτητας g = 10 m/s^2 και η ροπή αδράνειας I_{cm} λεπτής ομογενούς ράβδου μάζας Μ και μήκους L, ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της και είναι κάθετος σε αυτή, $I_{cm}=ML^2/12$.

(ΕΠ. Η 2014)

31. Δύο συγκολλημένοι ομοαξονικοί κύλινδροι με ακτίνες R_1 και R_2 , $R_2=2R_1$ αποτελούν
το στερεό **Π** του σχήματος. Το στερεό έχει μάζα Μ=25 kg, ροπή αδράνειας ως προς τον άξονα περιστροφής του Ι=1 kg. m^2και R_1 =0,2 m. Το στερεό μπορεί να στρέφεται γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που συμπίπτει με τον άξονά του, χωρίς τριβές. Το σώμα **Σ** μάζας m =50 kg κρέμεται από το ελεύθερο άκρο αβαρούς και μη εκτατού νήματος που είναι τυλιγμένο πολλές φορές στον κύλινδρο ακτίνας R_1. Με τη βοήθεια οριζόντιου ελατηρίου το σύστημα ισορροπεί όπως στο Σχήμα 3.

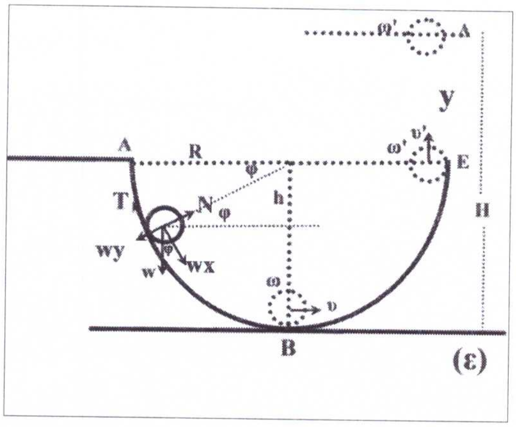


Δ1. Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης του ελατηρίου.
Δ2. Να υπολογίσετε τη δύναμη F (μέτρο, κατεύθυνση) που ασκεί ο άξονας στο στερεό.
Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ κόβεται το ελατήριο στο σημείο Α και το στερεό αρχίζει να στρέφεται.

Δ3. Να υπολογίσετε τη γωνιακή επιτάχυνση του στερεού.
Δ4. Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του στερεού την χρονική στιγμή $t = 0{,}9$ s.
Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g=10\ m/s^2$.

(Ό 2014)

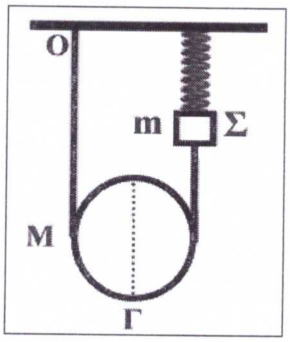
32. Από το εσωτερικό σημείο Α ενός ημισφαιρίου ακτίνας $R=1{,}6m$ αφήνεται να κυλήσει μια μικρή σφαίρα μάζας $m=1{,}4kg$ ακτίνας $r=R/8$. Το ημισφαίριο είναι βυθισμένο στο έδαφος όπως φαίνεται στο σχήμα και η κίνηση της σφαίρας γίνεται χωρίς ολίσθηση.



Δ1. Να εκφράσετε τη στατική τριβή $T_σ$ που ασκείται στη σφαίρα συναρτήσει με το συνημίτονο της γωνίας, φ που σχηματίζει η ακτίνα ΟΓ του ημισφαιρίου με την ευθεία ΑΕ της επιφάνειας του εδάφους.
Δ2. Να υπολογίσετε την κάθετη δύναμη που ασκεί η ημισφαιρική επιφάνεια στη σφαίρα όταν αυτή βρίσκεται στο σημείο Γ όπου $φ=30^0$.
Μια άλλη σφαίρα, όμοια με την προηγούμενη εκτοξεύεται από το κατώτατο σημείο Δ του ημισφαιρίου με ταχύτητα $υ=6m/s$ και κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει στο εσωτερικό του με κατεύθυνση προς το άκρο, Ε.
Δ3. Να υπολογίσετε το μέγιστο ύψος από την επιφάνεια του εδάφους που θα φτάσει η σφαίρα κατά την κίνησή της.
Δ4. Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας και το ρυθμό μεταβολής της στροφορμής της σφαίρας αμέσως μόλις χάσει την επαφή με την επιφάνεια τη ημισφαιρίου στο σημείο, Ε.
Δίνεται για τη σφαίρα $I_{cm}=0{,}4mr^2$.

(Η 2015)

33. Ομογενής τροχαλία ισορροπεί έχοντας το νήμα τυλιγμένο γύρω της πολλές φορές. Η μία άκρη του νήματος είναι στερεωμένη στην οροφή Ο και η άλλη στο σώμα Σ, το οποίο ισορροπεί κρεμασμένο από κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο σταθεράς $K = 40$ N/m , που είναι στερεωμένο στην οροφή, όπως φαίνεται στο Σχήμα 10.
Η μάζα της τροχαλίας είναι $M =1{,}6$ kg, η ακτίνα της $R = 0{,}2$ m. Η ροπή αδράνειας της τροχαλίας, ως προς άξονα που είναι κάθετος στο επίπεδό της και ο οποίος διέρχεται από το κέντρο μάζας της δίνεται από σχέση .
Το σώμα Σ θεωρείται σημειακό αντικείμενο μάζας $m = 1{,}44$ kg. Το νήμα και το ελατήριο έχουν αμελητέες μάζες.

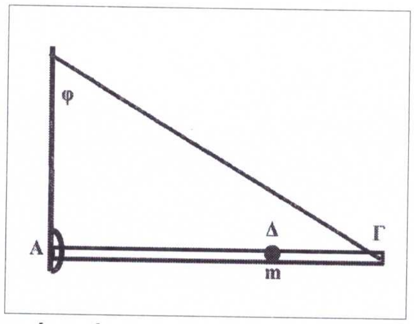


Δ1. Να υπολογίσετε τη δύναμη που ασκεί το ελατήριο στο σώμα Σ.
Κάποια χρονική στιγμή κόβουμε το νήμα που συνδέει την τροχαλία με το σώμα Σ, και το σώμα Σ αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Τη χρονική στιγμή που μηδενίζεται η στιγμιαία ταχύτητα του σώματος Σ, για πρώτη φορά, το κέντρο μάζας της τροχαλίας έχει μετατοπιστεί κατακόρυφα κατά απόσταση h. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα και το νήμα δεν ολισθαίνει στο αυλάκι της τροχαλίας.
Δ2. Να υπολογίσετε την κατακόρυφη μετατόπιση h της τροχαλίας.

Δ3. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος Σ σε συνάρτηση με το χρόνο, θεωρώντας ότι η τιμή $t = 0$ αντιστοιχεί στη χρονική στιγμή που κόπηκε το νήμα και ότι η φορά απομάκρυνσης του σώματος Σ προς τα πάνω είναι θετική.
Δ4. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του κάτω άκρου Γ της τροχαλίας, όταν το κέντρο μάζας της τροχαλίας έχει μετατοπιστεί κατακόρυφα κατά απόσταση h.
Δίνονται: η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 m/s^2$, $\pi = 3{,}14$ και $\pi^2 = 10$ (προσεγγιστικά).

(Ε. Η. 2015)

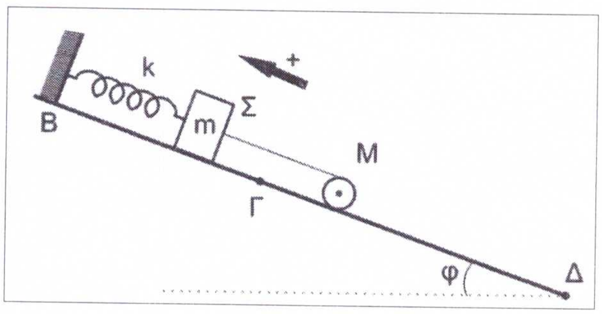
34. Ομογενής δοκός ΑΓ με μήκος $\ell = 3$ m και μάζα $M = 6$ kg φέρει σώμα μικρών διαστάσεων μάζας $m = 3$ kg στη θέση Δ, για την οποία ισχύει (ΔΓ) = ℓ / 3. Η δοκός στηρίζεται με το άκρο της Α σε κατακόρυφο τοίχο μέσω άρθρωσης. Το άκρο Γ της ράβδου συνδέεται με τον τοίχο με αβαρές νήμα, που σχηματίζει γωνία $\varphi = 60^0$ με τον κατακόρυφο τοίχο και το σύστημα δοκός-σώμα ισορροπεί σε οριζόντια θέση.



Δ1. Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας του συστήματος δοκός-σώμα, ως προς άξονα που διέρχεται από το άκρο Α και είναι κάθετος στο επίπεδο του σχήματος.
Δ2. Να υπολογίσετε το μέτρο της τάσης του νήματος και το μέτρο της δύναμης που δέχεται η δοκός από την άρθρωση.
Κάποια στιγμή κόβουμε το νήμα και το σύστημα αρχίζει να στρέφεται, χωρίς τριβές, σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από άξονα που διέρχεται από το άκρο Α της ράβδου.
Δ3. Να υπολογίσετε τη γωνιακή επιτάχυνση του συστήματος τη στιγμή που η ράβδος σχηματίζει γωνία θ = 60o με την αρχική οριζόντια θέση της.
Δ4. Να υπολογίσετε την ταχύτητα υ του σώματος μάζας m τη στιγμή που το σύστημα δοκός-σώμα διέρχεται για πρώτη φορά από την κατακόρυφη θέση.
Δίνονται:
- η ροπή αδράνειας ομογενούς ράβδου μάζας Μ και μήκους ℓ, ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της και είναι κάθετος στη ράβδο $I_{cm} = M\ell^2 / 12$
- η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 m/s^2$

(Ο. 2015)

35. Σώμα Σ, μάζας m =1kg, είναι δεμένο στο κάτω άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k= 100N/m. Το πάνω άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο στην κορυφή κεκλιμένου επιπέδου, γωνίας κλίσης $\varphi = 30^0$. Το τμήμα ΒΓ του κεκλιμένου επιπέδου είναι λείο.



Ομογενής κύλινδρος μάζας M = 2 kg και ακτίνας R = 0,1 m συνδέεται με το σώμα Σ με τη βοήθεια αβαρούς νήματος που δεν επιμηκύνεται. Ο άξονας του κυλίνδρου είναι οριζόντιος. Το νήμα και ο άξονας του ελατηρίου βρίσκονται στην ίδια ευθεία, που είναι παράλληλη στο κεκλιμένο επίπεδο. Το σύστημα των σωμάτων ισορροπεί όπως φαίνεται στο σχήμα.
Δ1. Να υπολογίσετε το μέτρο της τάσης του νήματος και την επιμήκυνση του ελατηρίου.

Τη χρονική στιγμή t = 0 κόβεται το νήμα. Το σώμα Σ αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και ο κύλινδρος αρχίζει να κυλίεται χωρίς ολίσθηση.

Δ2. Να γράψετε την εξίσωση της δύναμης επαναφοράς για το σώμα Σ σε συνάρτηση με το χρόνο, θεωρώντας ως θετική φορά την προς τα πάνω, όπως φαίνεται στο σχήμα

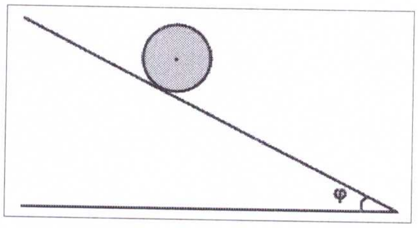
Δ3. Να υπολογίσετε το μέτρο της στροφορμής του κυλίνδρου, όταν θα έχει διαγράψει N= 12/π περιστροφές κατά την κίνηση του στο κεκλιμένο επίπεδο.

Δ4. Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του κυλίνδρου, κατά την κίνηση του στο κεκλιμένο επίπεδο, τη χρονική στιγμή t = 3 s.

Δίνονται:

- η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\ m/s^2$.
- η ροπή αδράνειας ομογενούς κυλίνδρου ως προς τον άξονά του $I = MR^2/2$. **Η.2016 (ΝΣ)**

36. Ομογενής κύλινδρος μάζας M = 2Kg και ακτίνας R = 0,1m αφήνεται να κυλήσει, χωρίς να ολισθαίνει, κατά μήκος κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης $\varphi = 30^0$. Ο άξονας του κυλίνδρου παραμένει οριζόντιος κατά την κίνησή του, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Να υπολογίσετε:

Δ1. Το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας του κυλίνδρου.

Δ2. Το μέτρο της στροφορμής του κυλίνδρου τη χρονική στιγμή που έχει εκτελέσει N περιστροφές.

Δ3. Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της κινητικής ενέργειας του κυλίνδρου, τη χρονική στιγμή κατά την οποία η κατακόρυφη μετατόπιση του κέντρου μάζας του είναι h = 1,2m.

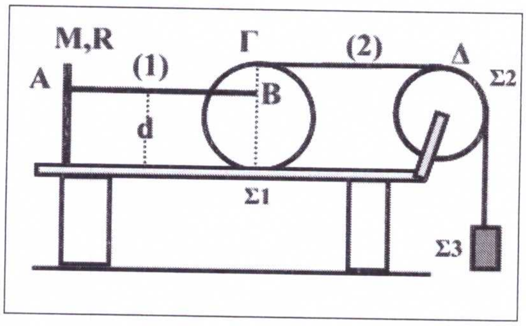
Δ4. Την ελάχιστη τιμή του συντελεστή της οριακής στατικής τριβής, ώστε να κυλίεται στο κεκλιμένο επίπεδο χωρίς να ολισθαίνει.

Δίνονται:

- η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\ m/s^2$.
- η ροπή αδράνειας ομογενούς κυλίνδρου ως προς τον άξονά του $I_{cm} = ½MR^2$.

(ΕΣΠ. 2016)

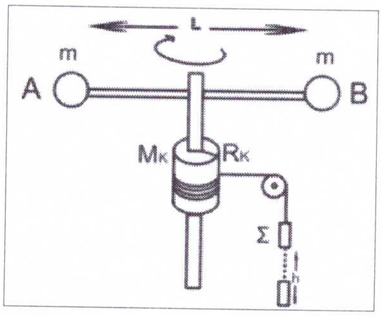
37. Ομογενής δίσκος $Σ_1$ έχει μάζα M_1 = 8kg και ακτίνα R_1 = 0,2m. Στο σημείο Β της κατακόρυφης διαμέτρου του δίσκου, που απέχει απόσταση $d=3R_1/2$ από το οριζόντιο επίπεδο, είναι στερεωμένο οριζόντιο αβαρές μη εκτατό νήμα (1). Το άλλο άκρο Α του νήματος (1) είναι ακλόνητα στερεωμένο, όπως φαίνεται στο σχήμα. Γύρω από την περιφέρεια του δίσκου $Σ_1$ είναι τυλιγμένο πολλές φορές άλλο δεύτερο αβαρές μη εκτατό νήμα (2), το οποίο διέρχεται από τροχαλία $Σ_2$, μάζας M_2 = 2 kg και ακτίνας R_2 = 0,1 m. Στο άλλο άκρο του νήματος (2) είναι συνδεδεμένο σώμα $Σ_3$, μάζας M_3 = 1 kg. Το σύστημα αρχικά ισορροπεί. Το τμήμα ΓΔ του νήματος (2) είναι οριζόντιο.



Δ1. Να υπολογίσετε το μέτρο της τάσης που ασκεί το νήμα (1) στο δίσκο $Σ_1$.

Τη χρονική στιγμή t_0 = 0 το νήμα (1) κόβεται. Το σώμα $Σ_3$ κατέρχεται με επιτάχυνση. Η τροχαλία Σ2 αρχίζει να περιστρέφεται, χωρίς τριβές, γύρω από τον άξονά της και ο δίσκος $Σ_1$ αρχίζει να κυλίεται, χωρίς να ολισθαίνει, πάνω στο οριζόντιο επίπεδο.

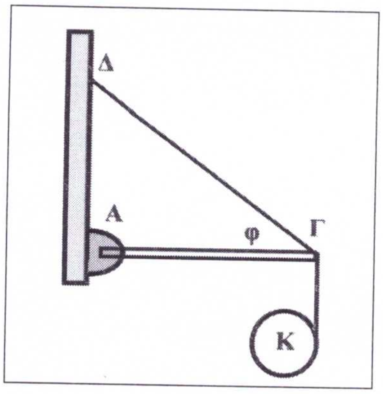
Δ2. Να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας του δίσκου $Σ_1$.
Δ3. Να υπολογίσετε το μέτρο της στροφορμής της τροχαλίας Σ2 τη χρονική στιγμή $t_1 = 1$ s.
Δ4. Να υπολογίσετε τη μεταβολή της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας του σώματος $Σ_3$ για την κίνηση του από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ έως τη χρονική στιγμή $t_1 = 1$ s.
Δίνονται:
• η ροπή αδρανείας του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής που διέρχεται από το κέντρο μάζας του $I_1 = ½M_1R_1^2$
• η ροπή αδρανείας της τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής που διέρχεται από το κέντρο μάζας του $I_2= ½M_2R_2^2$
• η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10$ m/s^2.
Να θεωρήσετε ότι:
• η τριβή του νήματος (2) τόσο με το δίσκο $Σ_1$, όσο και με την τροχαλία $Σ_2$, είναι αρκετά μεγάλη ώστε να μην παρατηρείται ολίσθηση.
• κατά τη διάρκεια όλου του φαινομένου, ο δίσκος παραμένει στο οριζόντιο επίπεδο, χωρίς να συγκρούεται με την τροχαλία.
• ο άξονας περιστροφής του δίσκου δεν αλλάζει κατεύθυνση, κατά τη διάρκεια της κίνησής του.
• το σώμα Σ3 έχει αμελητέες διαστάσεις.
• η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα. (Ε Η. 2016)



38. Η οριζόντια και ομογενής ράβδος ΑΒ του παρακάτω σχήματος, έχει μήκος L= 0,6 m και μάζα M = 3 kg. Στα άκρα της ράβδου, έχουν στερεωθεί δύο σφαιρίδια αμελητέων διαστάσεων μάζας m = 0,5 kg το καθένα. Η ράβδος μπορεί να περιστρέφεται γύρω από κατακόρυφο λεπτό σωλήνα, που περνά από το κέντρο της και έχει αμελητέα μάζα και ακτίνα. Στο σωλήνα έχει προσαρμοστεί, σταθερά, ομογενής κύλινδρος μάζας $M_K = 1$ kg και ακτίνας $R_K = 0{,}2$ m. Γύρω από τον κύλινδρο είναι τυλιγμένο πολλές φορές λεπτό, αβαρές νήμα σταθερού μήκους, στην ελεύθερη άκρη του οποίου αναρτάται μέσω αβαρούς τροχαλίας, που μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές, ένα σώμα Σ μάζας $m_1 = 1{,}25$ kg.
Αρχικά το σώμα Σ και το σύστημα (ράβδος, σφαιρίδια και κύλινδρος) είναι ακίνητα. Τη χρονική στιγμή t = 0 το σώμα Σ αφήνεται να κινηθεί κατακόρυφα και το σύστημα ξεκινά να περιστρέφεται, ενώ το νήμα δεν ολισθαίνει.
Να υπολογίσετε:
Δ1. Τη συνολική ροπή αδράνειας του συστήματος που αποτελείται από τη ράβδο, τα σφαιρίδια και τον κύλινδρο.
Δ2. Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης του κυλίνδρου.
Δ3. Το μέτρο της τάσης του νήματος που ασκεί το νήμα στο σώμα Σ.
Δ4. Την κινητική ενέργεια του συστήματος λόγω περιστροφής, τη χρονική στιγμή t_1 κατά την οποία το σύστημα έχει εκτελέσει **$N = 5/2\pi$** περιστροφές.
Δ5. Το ύψος h κατά το οποίο έχει κατέλθει το σώμα Σ την παραπάνω χρονική στιγμή t_1.
Δίνονται:
• Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της $I_{cm} = ML^2/12$,
• η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του $I_{cmK} = M_KR_K^2$ και
• $g = 10$ m/s^2.

Ε.Η. 2016 (παλαιού τύπου)

39. Μία ομογενής άκαμπτη ράβδος ΑΓ σταθερής διατομής έχει μάζα M=4Kg. Η ράβδος ισορροπεί σε οριζόντια θέση και το άκρο της Α συνδέεται με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο. Το άλλο άκρο Γ της ράβδου συνδέεται μέσω αβαρούς μη εκτατού νήματος ΓΔ με τον κατακόρυφο τοίχο. Το νήμα σχηματίζει με τη ράβδο γωνία φ. Γύρω από ένα λεπτό ομογενή δίσκο κέντρου Κ, μάζας m=2kg και ακτίνας R=0,1m είναι τυλιγμένο πολλές φορές ένα λεπτό μη εκτατό αβαρές νήμα. Το ελεύθερο άκρο του νήματος έχει στερεωθεί στο άκρο Γ της ράβδου ΑΓ, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ ο δίσκος αφήνεται να κινηθεί και το νήμα ξετυλίγεται χωρίς να ολισθαίνει.

$Δ_1$. Να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας του δίσκου, καθώς αυτός κατέρχεται.

$Δ_2$. Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που δέχεται η ράβδος ΑΓ στο άκρο της Γ από το νήμα ΓΔ, όταν ο δίσκος κατέρχεται.

Τη χρονική στιγμή που το κέντρο μάζας Κ του δίσκου έχει κατέλθει κατακόρυφα κατά $h_1=0,3$m το νήμα που συνδέει το δίσκο με τη ράβδο κόβεται.

$Δ_3$. Να υπολογίσετε το μέτρο της στροφορμής του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του, μετά από χρονικό διάστημα Δt από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα.

$Δ_4$. Να υπολογίσετε το λόγο της κινητικής ενέργειας λόγω περιστροφικής κίνησης προς την κινητική ενέργεια λόγω μεταφορικής κίνησης του δίσκου μετά από χρονικό διάστημα $Δt'=0,1$s από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα.

Δίνονται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\ m/s^2$

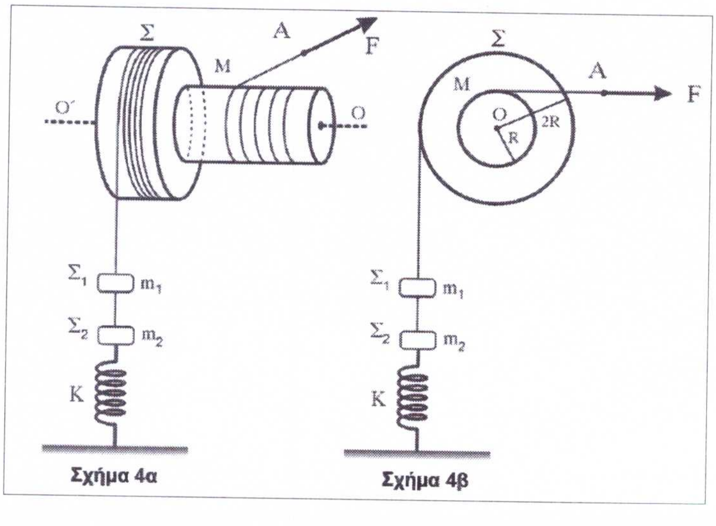
η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του $I_{cm}=MR^2/2$, συνφ 0,6 = ημφ 0,8

Ο άξονας περιστροφής του δίσκου παραμένει συνεχώς οριζόντιος και κινείται σε κατακόρυφη τροχιά σε όλη τη διάρκεια της κίνησης του και ο δίσκος δεν φτάνει στο έδαφος στη διάρκεια του φαινομένου.

(Η.2017)

40. Ομογενές στερεό σώμα Σ συνολικής μάζας M = 8 kg αποτελείται από δύο κολλημένους ομοαξονικούς κυλίνδρους με ακτίνες R και 2R, όπου R = 0,1 m όπως φαίνεται στα σχήματα 4α και 4β (το 4β αποτελεί εγκάρσια τομή του 4α).

Η ροπή αδράνειας του στερεού Σ ως προς τον άξονα περιστροφής του είναι $I=3MR^2/2$. Το στερεό Σ μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα Ο΄Ο. Ο οριζόντιος άξονας περιστροφής συμπίπτει με τον άξονα συμμετρίας του κυλίνδρου. Γύρω από τον κύλινδρο του στερεού ακτίνας R είναι τυλιγμένο πολλές φορές αβαρές μη εκτατό νήμα μεγάλου μήκους, στο ελεύθερο άκρο Α του οποίου



Σχήμα 4α Σχήμα 4β

ασκείται οριζόντια δύναμη μέτρου F=100N.

Στο ελεύθερο άκρο αβαρούς μη εκτατού νήματος μεγάλου μήκους, που είναι τυλιγμένο στον κύλινδρο ακτίνας 2R, είναι δεμένο σώμα Σ1 μάζας m_1=2kg. Το σώμα Σ1 συνδέεται με αβαρές μη εκτατό νήμα με σώμα Σ2 μάζας m_2=1kg, που συγκρατείται στερεωμένο σε κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς Κ.

Το σύστημα του στερεού Σ και των σωμάτων Σ1 και Σ2 αρχικά ισορροπεί, με το ελατήριο να έχει επιμηκυνθεί κατά $\Delta\ell$=0,2m από το φυσικό του μήκος. Τη χρονική στιγμή μηδέν (t0=0s) το νήμα που συνδέει τα σώματα Σ1 και Σ2 **κόβεται.** Το σώμα Σ2 αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, ενώ το στερεό Σ αρχίζει να περιστρέφεται γύρω από τον οριζόντιο άξονα περιστροφής του Ο΄Ο.

Δ_1 Να υπολογίσετε την τιμή της σταθεράς Κ του ελατηρίου.

Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με τον χρόνο της απλής αρμονικής ταλάντωσης που εκτελεί το σώμα Σ2. Θεωρήστε ως θετική φορά τη φορά προς τα πάνω.

Δ_2 Να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσης του σώματος Σ1 (μονάδες 4) και να προσδιορίσετε την κατεύθυνσή της

Δ_3 Να υπολογίσετε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του στερεού S.

Δ_4 Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης F, όταν το στερεό Σ έχει εκτελέσει **20/π** περιστροφές.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$.

Όπου εμφανίζεται το π να μη γίνει αριθμητική αντικατάσταση.

Να θεωρήσετε ότι :

–κατά τη διάρκεια της περιστροφής του στερεού Σ το σώμα Σ1 δεν συγκρούεται με το στερεό Σ.

–η τριβή του νήματος με τους κυλίνδρους του στερεού είναι αρκετά μεγάλη, ώστε να μην παρατηρείται ολίσθηση.

–κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης του σώματος Σ2, ο άξονας του ελατηρίου παραμένει κατακόρυφος.

–η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα.

(Ε. Η 2017)