

## ΘΕΜΑΤΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ ΣΤΙΣ ΚΡΟΥΣΕΙΣ

### ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>

1. Σε κάθε κρούση ισχύει
  - α. η αρχή διατήρησης της ενέργειας.
  - β. η αρχή διατήρησης της ορμής.
  - γ. η αρχή διατήρησης του ηλεκτρικού φορτίου.
  - δ. όλες οι παραπάνω αρχές.
2. Κατά την κεντρική ανελαστική κρούση δύο σφαιρών (οι οποίες κατά τη διάρκεια της κρούσης αποτελούν μονωμένο σύστημα), διατηρείται σταθερή :
  - α. η κινητική ενέργεια κάθε σφαίρας
  - β. η κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σφαιρών
  - γ. η ορμή κάθε σφαίρας
  - δ. η ορμή του συστήματος των δύο σφαιρών.
3. Η κρούση στην οποία διατηρείται η κινητική ενέργεια του συστήματος των συγκρουόμενων σωμάτων, ονομάζεται:
  - α. ελαστική
  - β. ανελαστική
  - γ. πλαστική
  - δ. έκκεντρη
4. Σε μια ελαστική κρούση δύο σωμάτων
  - α. ένα μέρος της κινητικής ενέργειας μετατρέπεται σε θερμική.
  - β. η ορμή κάθε σώματος παραμένει σταθερή.
  - γ. η κινητική ενέργεια του συστήματος παραμένει σταθερή.
  - δ. η κινητική ενέργεια του συστήματος ελαττώνεται.
5. Σε κάθε κρούση
  - α. η συνολική ορμή του συστήματος των συγκρουόμενων σωμάτων διατηρείται.
  - β. η συνολική κινητική ενέργεια του συστήματος παραμένει σταθερή.
  - γ. η μηχανική ενέργεια κάθε σώματος παραμένει σταθερή.
  - δ. η ορμή κάθε σώματος διατηρείται σταθερή.
6. Σε μια ελαστική κρούση **δεν** διατηρείται
  - α. η ολική κινητική ενέργεια του συστήματος.
  - β. η ορμή του συστήματος.
  - γ. η μηχανική ενέργεια του συστήματος.
  - δ. η κινητική ενέργεια κάθε σώματος.
7. Σώμα μάζας  $m$  κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου  $v$ . Στην πορεία συγκρούεται μετωπικά με άλλο σώμα και επιστρέφει κινούμενο με ταχύτητα μέτρου  $2v$ . Το μέτρο της μεταβολής της ορμής του είναι:
  - α. 0.
  - β.  $mv$ .
  - γ.  $2mv$ .
  - δ.  $3mv$ .

**8. Μια κρούση λέγεται πλάγια όταν:**

- α.** δεν ικανοποιεί την αρχή διατήρησης της ορμής.
- β.** δεν ικανοποιεί την αρχή διατήρησης της ενέργειας.
- γ.** οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των σωμάτων πριν από την κρούση έχουν τυχαία διεύθυνση.
- δ.** οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των σωμάτων πριν από την κρούση είναι παράλληλες.

**9. Σε μια κρούση δύο σφαιρών**

- α.** το άθροισμα των κινητικών ενεργειών των σφαιρών πριν από την κρούση είναι πάντα ίσο με το άθροισμα των κινητικών ενεργειών τους μετά από την κρούση.
- β.** οι διευθύνσεις των ταχυτήτων των σφαιρών πριν και μετά από την κρούση βρίσκονται πάντα στην ίδια ευθεία.
- γ.** το άθροισμα των ορμών των σφαιρών πριν από την κρούση είναι πάντα ίσο με το άθροισμα των ορμών τους μετά από την κρούση.
- δ.** το άθροισμα των ταχυτήτων των σφαιρών πριν από την κρούση είναι πάντα ίσο με το άθροισμα των ταχυτήτων τους μετά από την κρούση.

**10. Μια ανελαστική κρούση μεταξύ δύο σωμάτων χαρακτηρίζεται ως πλαστική όταν,**

- α.** η ορμή του συστήματος δεν διατηρείται.
- β.** τα σώματα μετά την κρούση κινούνται χωριστά.
- γ.** η ολική κινητική ενέργεια του συστήματος διατηρείται.
- δ.** οδηγεί στη συγκόλληση των σωμάτων, δηλαδή στη δημιουργία συσσωματώματος.

**11. Η ανελαστική κρούση μεταξύ δύο σφαιρών:**

- α.** είναι πάντα μη κεντρική.
- β.** είναι πάντα πλαστική.
- γ.** είναι πάντα κεντρική.
- δ.** είναι κρούση, στην οποία πάντα μέρος της κινητικής ενέργειας των δύο σφαιρών μετατρέπεται σε θερμότητα.

**12. Όταν μια μικρή σφαίρα προσπίπτει πλάγια σε κατακόρυφο τοίχο και συγκρούεται με αυτόν ελαστικά, τότε**

- α.** η κινητική ενέργεια της σφαίρας πριν την κρούση είναι μεγαλύτερη από την κινητική ενέργεια που έχει μετά την κρούση.
- β.** η ορμή της σφαίρας δεν μεταβάλλεται κατά την κρούση.
- γ.** η γωνία πρόσπτωσης της σφαίρας είναι ίση με τη γωνία ανάκλασης.
- δ.** η δύναμη που ασκεί ο τοίχος στη σφαίρα έχει την ίδια διεύθυνση με την αρχική ταχύτητα της σφαίρας.

**13. Έκκεντρη ονομάζεται η κρούση κατά την οποία οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των δύο συγκρουόμενων σωμάτων είναι μεταξύ τους**

- α. κάθετες**
- β. παράλληλες**
- γ. ίσες**
- δ. σε τυχαίες διευθύνσεις**

**14. Σε μία πλαστική κρούση**

- α.** δε διατηρείται η ορμή.
- β.** η τελική κινητική ενέργεια του συστήματος είναι μεγαλύτερη της αρχικής.
- γ.** η κινητική ενέργεια του συστήματος διατηρείται.
- δ.** η αρχική κινητική ενέργεια του συστήματος είναι μεγαλύτερη της τελικής.

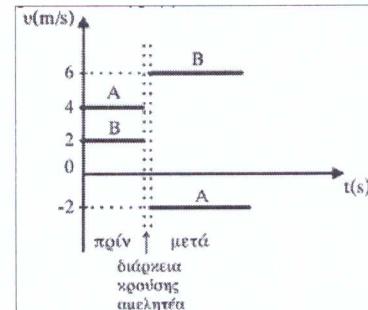
- 15.** Στην ανελαστική κρούση μεταξύ δύο σφαιρών διατηρείται
- α.** η ορμή κάθε σφαίρας.
  - β.** η ορμή του συστήματος.
  - γ.** η μηχανική ενέργεια του συστήματος.
  - δ.** η κινητική ενέργεια του συστήματος.
- 16.** Σφαίρα, μάζας  $m_1$ , κινούμενη με ταχύτητα  $v_1$ , συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα μάζας  $m_2$ . Οι ταχύτητες  $V_1$  και  $V_2$  των σφαιρών μετά την κρούση
- α.** έχουν πάντα την ίδια φορά
  - β.** σχηματίζουν μεταξύ τους γωνία  $90^\circ$
  - γ.** έχουν πάντα αντίθετη φορά
  - δ.** έχουν πάντα την ίδια διεύθυνση
- 17.** Κατά την πλαστική κρούση δύο σφαιρών
- α.** διατηρείται η μηχανική ενέργεια του συστήματος των σφαιρών
  - β.** διατηρείται η ορμή του συστήματος των σφαιρών
  - γ.** αυξάνεται η μηχανική ενέργεια του συστήματος των σφαιρών
  - δ.** διατηρείται η μηχανική ενέργεια και η ορμή του συστήματος των σφαιρών.
- 18.** Σφαίρα  $\Sigma_1$  συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα  $\Sigma_2$  τετραπλάσιας μάζας. Μετά την κρούση
- α.** η σφαίρα  $\Sigma_1$  παραμένει ακίνητη
  - β.** η σφαίρα  $\Sigma_1$  συνεχίζει να κινείται στην ίδια κατεύθυνση
  - γ.** όλη η κινητική ενέργεια της σφαίρας  $\Sigma_1$  μεταφέρθηκε στη σφαίρα  $\Sigma_2$
  - δ.** ισχύει  $\Delta\vec{p}_1 = -\Delta\vec{p}_2$ , όπου  $\Delta\vec{p}_1$  και  $\Delta\vec{p}_2$  οι μεταβολές των ορμών των δύο σφαιρών.
- 19.** Στην κεντρική ελαστική κρούση δύο σωμάτων
- α.** διατηρείται μόνο η ορμή του συστήματος.
  - β.** διατηρείται μόνο η μηχανική ενέργεια του συστήματος.
  - γ.** διατηρείται και η ορμή και η μηχανική ενέργεια του συστήματος.
  - δ.** δεν διατηρείται ούτε η ορμή, ούτε η μηχανική ενέργεια του συστήματος.
- 20.** Δύο σφαίρες A και B με ίσες μάζες, μία εκ των οποίων είναι ακίνητη, συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά. Το ποσοστό της μεταβιβαζόμενης ενέργειας από τη σφαίρα που κινείται στην αρχικά ακίνητη σφαίρα είναι
- α.** 100%.
  - β.** 50%.
  - γ.** 40%.
  - δ.** 0%.
- 21.** Σφαίρα A συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα B μεγαλύτερης μάζας. Η ταχύτητα της σφαίρας A μετά την κρούση
- α.** θα είναι ίση με την ταχύτητα που είχε πριν την κρούση.
  - β.** θα μηδενισθεί.
  - γ.** θα έχει αντίθετη κατεύθυνση από την αρχική.
  - δ.** θα είναι ίση με την ταχύτητα που θα αποκτήσει η σφαίρα B.
- 22.** Κατά την πλαστική κρούση δύο σωμάτων ισχύει ότι:
- α.** η μηχανική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων παραμένει σταθερή
  - β.** η μηχανική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων αυξάνεται
  - γ.** η κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων παραμένει σταθερή
  - δ.** η ορμή του συστήματος των δύο σωμάτων παραμένει σταθερή.

## ΣΩΣΤΟ Η ΛΑΘΟΣ

1. Σε κάθε κρούση ισχύει η αρχή διατήρησης της ενέργειας.
2. Στις ανελαστικές κρούσεις δεν διατηρείται η ορμή
3. Μικρή σφαίρα, που κινείται ευθύγραμμα και ομαλά σε οριζόντιο επίπεδο, συγκρούεται ελαστικά και πλάγια με κατακόρυφο τοίχο. Στην περίπτωση αυτή η γωνία πρόσπτωσης της σφαίρας είναι ίση με τη γωνία ανάκλασης.
4. Σε κάθε κρούση η κινητική ενέργεια του συστήματος παραμένει σταθερή.
5. Η κρούση στην οποία οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των σωμάτων που συγκρούονται είναι παράλληλες ονομάζεται .....
6. Κατά την πλαστική κρούση δύο σωμάτων η μηχανική ενέργεια του συστήματος παραμένει σταθερή.
7. Έκκεντρη ονομάζεται η κρούση στην οποία οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των σωμάτων που συγκρούονται είναι παράλληλες.
8. Έκκεντρη ονομάζεται η κρούση αν οι ταχύτητες των σωμάτων βρίσκονται σε τυχαία διεύθυνση.
9. Κατά την κρούση δύο σωμάτων η κινητική ενέργεια του συστήματος πάντα διατηρείται.
10. Σώμα A συγκρούεται ελαστικά και κεντρικά με ακίνητο αρχικά σώμα B που έχει την ίδια μάζα με το A. Τότε η ταχύτητα του A μετά την κρούση μηδενίζεται.
11. Κατά τη πλαστική κρούση δύο σωμάτων πάντα ισχύει  $\vec{p}_{\text{πριν}} = \vec{p}_{\text{μετά}}$
12. Όταν μια σφαίρα προσκρούει ελαστικά σε ένα τοίχο, τότε πάντα ισχύει  $\vec{v} = -\vec{u}$  όπου  $\vec{u}$  και  $\vec{v}$  οι ταχύτητες της σφαίρας πριν και μετά την κρούση.
13. Κρούση στο μικρόκοσμο ονομάζεται το φαινόμενο στο οποίο τα «συγκρουόμενα» σωματίδια αλληλεπιδρούν με σχετικά μεγάλες δυνάμεις για πολύ μικρό χρονικό διάστημα.
14. Μία ειδική περίπτωση ανελαστικής κρούσης είναι η πλαστική κρούση.
15. Σε μια πλαστική κρούση διατηρείται η μηχανική ενέργεια του συστήματος των συγκρουόμενων σωμάτων.
16. Σε μία πλαστική κρούση μεταξύ δύο σωμάτων η κινητική ενέργεια του συστήματος διατηρείται.
17. Κατά την ελαστική κρούση μεταξύ δύο σφαιρών ελαττώνεται η κινητική ενέργεια του συστήματος των σφαιρών.
18. Κατά την πλαστική κρούση δύο σωμάτων η μηχανική ενέργεια του συστήματος παραμένει σταθερή.
19. Η ορμή ενός μονωμένου συστήματος σωμάτων δεν διατηρείται κατά τη διάρκεια μιας ανελαστικής κρούσης.
20. Στις μη κεντρικές κρούσεις δεν ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής για το συγκρουόμενο σύστημα σωμάτων.
21. Έκκεντρη ονομάζεται η κρούση κατά την οποία οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των δύο σωμάτων που συγκρούονται είναι παράλληλες αλλά μη συγγραμμικές.
22. Κατά την κεντρική ελαστική κρούση δύο σφαιρών, οι οποίες έχουν ίσες μάζες, οι σφαίρες ανταλλάσσουν ταχύτητες.
23. Σκέδαση ονομάζεται κάθε φαινόμενο του μικρόκοσμου στο οποίο τα «συγκρουόμενα» σωματίδια αλληλεπιδρούν με σχετικά μικρές δυνάμεις για πολύ μικρό χρόνο.
24. Σε μια κρούση αμελητέας χρονικής διάρκειας η δυναμική ενέργεια των σωμάτων, που εξαρτάται από τη θέση τους στο χώρο, δεν μεταβάλλεται.
25. Κατά την πλαστική κρούση δύο σωμάτων, η μηχανική ενέργεια του συστήματος παραμένει σταθερή.

## ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>

1. Σφαίρα μάζας  $m$  κινούμενη με ταχύτητα μέτρου  $v_1$  συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα ίσης μάζας. Να βρείτε τις σχέσεις που δίνουν τις ταχύτητες των δύο σφαιρών, μετά την κρούση, με εφαρμογή των αρχών που διέπουν την ελαστική κρούση.
2. Ένα αυτοκίνητο A μάζας M βρίσκεται σταματημένο σε κόκκινο φανάρι. Ένα άλλο αυτοκίνητο B μάζας  $m$ , ο οδηγός του οποίου είναι απρόσεκτος, πέφτει στο πίσω μέρος του αυτοκινήτου A. Η κρούση θεωρείται κεντρική και πλαστική. Αν αμέσως μετά την κρούση το συσσωμάτωμα έχει το  $1/3$  της κινητικής ενέργειας που είχε μόλις πριν την κρούση, τότε θα ισχύει:
- a.  $\frac{m}{M} = \frac{1}{6}$       b.  $\frac{m}{M} = \frac{1}{2}$       c.  $\frac{m}{M} = \frac{1}{3}$
3. Σφαίρα μάζας  $m_1$  προσπίπτει με ταχύτητα  $v_1$  σε ακίνητη σφαίρα μάζας  $m_2$ , με την οποία συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά. Μετά την κρούση η σφαίρα μάζας  $m_1$  γυρίζει πίσω με ταχύτητα μέτρου ίσου με αυτή που έχει η σφαίρα  $m_2$  μετά την κρούση:
- a.  $\frac{m_2}{m_1} = \frac{3}{2}$       b.  $\frac{m_2}{m_1} = \frac{2}{3}$       c.  $\frac{m_2}{m_1} = 3$
4. Δύο σώματα A και B με μάζες  $m_A$  και  $m_B$ , αντίστοιχα, συγκρούονται μετωπικά. Οι ταχύτητές τους πριν και μετά την κρούση, σε συνάρτηση με το χρόνο φαίνονται στο παρακάτω διάγραμμα.  
Ο λόγος των μαζών  $m_A$  και  $m_B$  είναι:
- a.  $\frac{m_A}{m_B} = \frac{3}{5}$       b.  $\frac{m_A}{m_B} = \frac{1}{2}$       c.  $\frac{m_A}{m_B} = \frac{2}{3}$       d.  $\frac{m_A}{m_B} = \frac{3}{2}$



5. Σώμα μάζας  $m$  κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου  $v_1$ . Το σώμα συγκρούεται με κατακόρυφο τοίχο και ανακλάται με ταχύτητα μέτρου  $v_2$  όπου  $v_2 < v_1$ .  
Η κρούση είναι :      a. Ελαστική      b. Ανελαστική.

6. Μια μικρή σφαίρα μάζας  $m_1$  συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητη μικρή σφαίρα μάζας  $m_2$ . Μετά την κρούση οι σφαίρες κινούνται με αντίθετες ταχύτητες ίσων μέτρων. Ο λόγος των μαζών  $m_1/m_2$  των δύο σφαιρών είναι:

a. 1      b. 1/3      c. 1/2

7. Σφαίρα A μάζας  $m_A$  συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με δεύτερη ακίνητη σφαίρα B μάζας  $m_B$ . Το ποσοστό της μηχανικής ενέργειας που έχει μεταφερθεί από την A στη B μετά την κρούση γίνεται μέγιστο όταν:

a.  $m_A = m_B$       b.  $m_A < m_B$       c.  $m_A > m_B$

8. Σε μετωπική κρούση δύο σωμάτων A και B που έχουν μάζες  $m$  και  $2m$ , αντίστοιχα, δημιουργείται συσσωμάτωμα που παραμένει ακίνητο στο σημείο της σύγκρουσης. Ο λόγος των μέτρων των ορμών των δύο σωμάτων πριν από την κρούση, είναι

α.  $1/2$ .      β.  $2$ .      γ.  $1$ .

9. Σώμα μάζας  $m$ , το οποίο έχει κινητική ενέργεια  $K$ , συγκρούεται πλαστικά με σώμα μάζας  $4m$ . Μετά την κρούση, το συσσωμάτωμα μένει ακίνητο. Η μηχανική ενέργεια που χάθηκε κατά την κρούση, είναι:

α.  $5/4K$       β.  $K$ .      γ.  $7/4K$

10. Σώμα μάζας  $m$  που κινείται με ταχύτητα  $v$  συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με ακίνητο σώμα διπλάσιας μάζας. Η ταχύτητα του συσσωματώματος μετά την κρούση έχει μέτρο

α.  $2v$ .      β.  $v/2$ .      γ.  $v/3$ .

11. Δύο μικρά σώματα με μάζες  $m_1$  και  $m_2$  συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά. Αν  $\Delta K_1$  είναι η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος μάζας  $m_1$  και  $\Delta K_2$  είναι η μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος μάζας  $m_2$  λόγω της ελαστικής κρούσης, τότε ισχύει

α.  $\frac{\Delta K_1}{\Delta K_2} = -1$       β.  $\frac{\Delta K_1}{\Delta K_2} = 1$       γ.  $\frac{\Delta K_1}{\Delta K_2} = \frac{m_1}{m_2}$ .

12. Δύο σώματα A και B, με μάζες  $3m$  και  $m$  αντίστοιχα, βρίσκονται ακίνητα πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Δίνουμε στο σώμα B αρχική ταχύτητα  $v$  έτσι ώστε να συγκρουστεί κεντρικά και ελαστικά με το ακίνητο σώμα. Ποια είναι η ταχύτητα του σώματος B μετά την κρούση;

α.  $-v/2$ .      β.  $v/2$ .      γ.  $v/4$

13. Σφαίρα A που κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με άλλη όμοια αλλά ακίνητη σφαίρα B που βρίσκεται στο ίδιο επίπεδο. Να αποδείξετε ότι η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος μετά την κρούση είναι ίση με το μισό της κινητικής ενέργειας της σφαίρας A, πριν από την κρούση.

14. Σφαίρα μάζας  $m_1$  προσπίπτει με ταχύτητα  $v_1$  σε ακίνητη σφαίρα μάζας  $m_2$ , με την οποία συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά. Μετά την κρούση η σφαίρα μάζας  $m_1$  γυρίζει πίσω με ταχύτητα μέτρου ίσου με το  $1/5$  της αρχικής της τιμής. Για το λόγο των μαζών ισχύει

α.  $m_2/m_1=3/2$       β.  $m_2/m_1=2/3$       γ.  $m_2/m_1=1/3$

15. Σφαίρα  $\Sigma_1$  κινούμενη προς ακίνητη σφαίρα  $\Sigma_2$ , ίσης μάζας με την  $\Sigma_1$ , συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με αυτήν. Το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας της  $\Sigma_1$  που μεταβιβάζεται στη  $\Sigma_2$  κατά την κρούση είναι

α.  $50\%$ .      β.  $100\%$ .      γ.  $75\%$ .

16. Σώμα μάζας  $m_A$  κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα μέτρου  $v_A$  και συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με ακίνητο σώμα μάζας  $m_B=2m_A$ . Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος των δύο σωμάτων, η οποία παρατηρήθηκε κατά την κρούση, είναι:

$$\alpha. \Delta K = \frac{m_A v_A^2}{6} \quad \beta. \Delta K = \frac{m_A v_A^2}{3} \quad \gamma. \Delta K = \frac{2m_A v_A^2}{3}$$

17. Ακίνητο σώμα  $\Sigma$  μάζας  $M$  βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Βλήμα μάζας  $m$  κινείται οριζόντια με ταχύτητα  $v = 100 \text{ m/s}$  σε διεύθυνση που διέρχεται από το κέντρο μάζας του σώματος  $\Sigma$  και σφηνώνεται σ' αυτό. Αν η ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση είναι  $V = 2 \text{ m/s}$ , τότε ο λόγος των μαζών  $M/m$  είναι ίσος με:

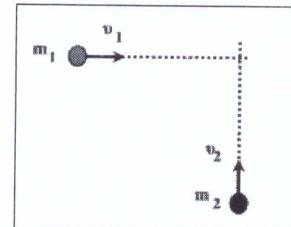
α. 50      β. 1/25      γ. 49

18. Μικρό σώμα  $\Sigma_1$  μάζας  $m$  που κινείται με ταχύτητα  $v$  συγκρούεται κεντρικά με αρχικά ακίνητο μικρό σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $2m$ . Μετά την κρούση το σώμα  $\Sigma_1$  παραμένει ακίνητο. Μετά την κρούση η κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων

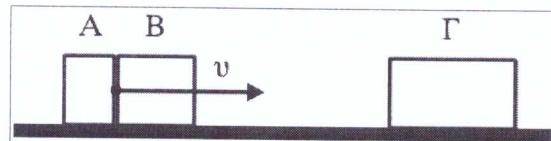
α. αυξήθηκε.      β. παρέμεινε η ίδια.      γ. ελαττώθηκε.

19. Δύο σώματα με μάζες  $m_1=2\text{kg}$  και  $m_2=3\text{kg}$  κινούνται χωρίς τριβές στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο και σε κάθετες διευθύνσεις με ταχύτητες  $v_1=4\text{m/s}$  και  $v_2=2\text{m/s}$  (όπως στο σχήμα) και συγκρούονται πλαστικά. Η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος είναι:

α. 5 J      β. 10 J,      γ. 20 J



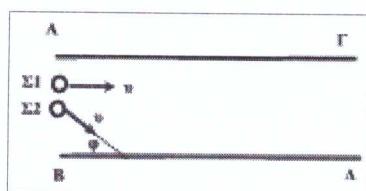
20. Δύο σώματα, το A με μάζα  $m_1$  και το B με μάζα  $m_2$ , είναι διαρκώς σε επαφή και κινούνται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με την ίδια ταχύτητα  $v$ . Τα σώματα συγκρούονται κεντρικά με σώμα Γ μάζας  $4m_1$ , το οποίο αρχικά είναι ακίνητο.



Μετά την κρούση το A σταματά, ενώ το B κολλάει στο Γ και το συσσωμάτωμα αυτό κινείται με ταχύτητα  $v/3$ . Τότε θα ισχύει:

α.  $m_1/m_2=2$       β.  $m_1/m_2=1/2$       γ. α.  $m_1/m_2=1$

21. Ανάμεσα σε δύο παράλληλους τοίχους ΑΓ και ΒΔ, υπάρχει λείο οριζόντιο δάπεδο. Τα ευθύγραμμα τμήματα ΑΒ και ΓΔ είναι κάθετα στους τοίχους. Σφαίρα  $\Sigma_1$  κινείται πάνω στο δάπεδο, με σταθερή ταχύτητα, μέτρου  $v$ , παράλληλη στους τοίχους, και καλύπτει τη διαδρομή από το ΑΒ μέχρι το ΓΔ σε χρόνο  $t_1$ . Στη συνέχεια δεύτερη σφαίρα  $\Sigma_2$  που έχει ταχύτητα μέτρου  $v$  συγκρούεται ελαστικά με τον ένα τοίχο υπό γωνία  $\phi=60^\circ$  και, ύστερα από διαδοχικές ελαστικές κρούσεις με τους τοίχους, καλύπτει τη διαδρομή από το ΑΒ μέχρι το ΓΔ σε χρόνο  $t_2$ . Οι σφαίρες εκτελούν μόνο μεταφορική κίνηση. Τότε θα ισχύει:



α.  $t_2=2t_1$       β.  $t_2=4t_1$       γ.  $t_2=8t_1$

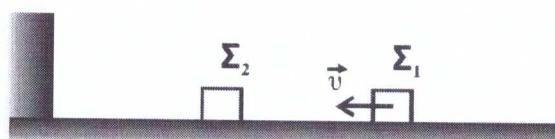
22. Σφαίρα μάζας  $m_1$  κινείται έχοντας κινητική ενέργεια  $K_1$  και συγκρούεται πλαστικά με σφαίρα μάζας  $m_2 = 3m_1$ , η οποία είναι αρχικά ακίνητη. Η μηχανική ενέργεια που χάθηκε κατά την κρούση είναι ίση με:

a.  $3K_1/4$ .

β.  $K_1/4$ .

γ.  $K_1/2$ .

23. Στο παρακάτω σχήμα



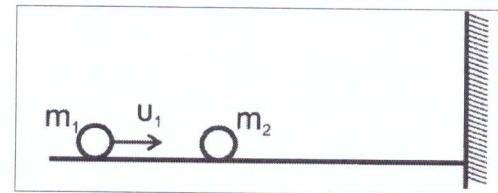
τα δύο σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  είναι óμοια, το δάπεδο είναι λείο και οριζόντιο και το κατακόρυφο τοίχωμα είναι λείο και ακλόνητο. Το  $\Sigma_2$  είναι αρχικά ακίνητο και το  $\Sigma_1$  κινείται προς το  $\Sigma_2$  με ταχύτητα  $v$ . Οι κρούσεις μεταξύ των  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  είναι κεντρικές και ελαστικές και η κρούση του  $\Sigma_2$  με το τοίχωμα είναι ελαστική. Μετά από όλες τις κρούσεις που θα μεσολαβήσουν

a. το  $\Sigma_1$  κινείται με ταχύτητα  $-v$ , ενώ το  $\Sigma_2$  είναι ακίνητο.

β. τα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  κινούνται με ταχύτητα  $\vec{v}/2$ .

γ. το  $\Sigma_1$  ακινητοποιείται, ενώ το  $\Sigma_2$  κινείται με ταχύτητα  $2\vec{v}$ .

24. Σε λείο οριζόντιο επίπεδο και σε διεύθυνση κάθετη σε κατακόρυφο τοίχο κινείται σφαίρα μάζας  $m_1$  με ταχύτητα μέτρου  $v_1$ . Κάποια χρονική στιγμή η σφαίρα μάζας  $m_1$  συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα μάζας  $m_2$  ( $m_2 > m_1$ ). Μετά την κρούση με τη μάζα  $m_1$ , η  $m_2$  συγκρούεται ελαστικά με τον τοίχο.



Παρατηρούμε ότι η απόσταση των μαζών  $m_1$  και  $m_2$ , μετά την κρούση της  $m_2$  με τον τοίχο, παραμένει σταθερή. Ο λόγος των μαζών  $m_1/m_2$

i) 3

ii) 1

iii) 1/3

25 Δύο σώματα Α και Β με μάζες  $m$  και  $4m$  αντίστοιχα, κινούνται πάνω στην ίδια ευθεία με αντίθετη φορά. Τα δύο σώματα έχουν ίσες κινητικές ενέργειες και συγκρούονται μετωπικά και πλαστικά. Αν  $v_1$  είναι το μέτρο της ταχύτητας του σώματος Α και  $V$  το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος που δημιουργείται μετά την κρούση, τότε:

i)  $V=v_1/5$

ii)  $V=2v_1/5$

και iii)  $V=3v_1/5$

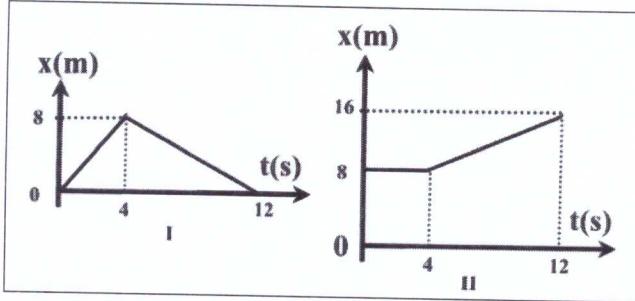
26. Σώμα μάζας  $m_1$  με κινητική ενέργεια  $K_1$  συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με αρχικά ακίνητο σώμα μάζας  $m_2 = 3m_1$ . Το ποσοστό απωλειών της κινητικής ενέργειας κατά την κρούση είναι

a. 75%.

β. 50%.

γ. 64%.

27. Δύο σώματα αμελητέων διαστάσεων με μάζες  $m_1$  και  $m_2$  συγκρούονται κεντρικά σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Η θέση  $x$  κάθε σώματος στην ευθεία γραμμή, που τα ενώνει, μετριέται από κοινή αρχή. Η γραφική παράσταση της θέσης του σώματος  $m_1$  φαίνεται στο Σχήμα I και του σώματος  $m_2$  στο Σχήμα II. Δίνεται ότι  $m_1 = 1 \text{ kg}$  και ότι η διάρκεια της επαφής των δύο σωμάτων κατά την κεντρική κρούση είναι αμελητέα. Η κρούση των δύο σωμάτων είναι

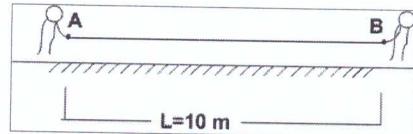


i. ελαστική.

ii. ανελαστική.

iii. πλαστική.

28. Δύο μαθητές A και B, με μάζες  $M_A$  και  $M_B$  ( $M_A < M_B$ ), στέκονται αρχικά ακίνητοι πάνω στο λείο οριζόντιο επίπεδο ενός παγοδρομίου, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Οι δύο μαθητές κρατάνε τις άκρες ενός σχοινιού σταθερού μήκους  $L$ . Κάποια στιγμή οι μαθητές αρχίζουν να μαζεύουν ταυτόχρονα το σχοινί και κινούνται στην ίδια ευθεία. Μετά από κάποιο χρονικό διάστημα οι μαθητές αγκαλιάζονται και παραμένουν αγκαλιασμένοι. Οι αγκαλιασμένοι μαθητές



- i. θα κινηθούν προς τα αριστερά.  
ii. θα κινηθούν προς τα δεξιά.  
iii. θα παραμείνουν ακίνητοι.

29. Σε μετωπική κρούση δύο σωμάτων A και B, που κινούνται αντίθετα και έχουν μάζες  $m$  και  $3m$  αντίστοιχα, δημιουργείται συσσωμάτωμα που παραμένει ακίνητο στο σημείο της σύγκρουσης. Ο λόγος της κινητικής ενέργειας  $K_A$  του σώματος A προς την κινητική ενέργεια  $K_B$  του σώματος B πριν την κρούση είναι ίσος με:

i. 1/3

ii. 2

iii. 3

30. Δύο σώματα  $\Sigma 1$  και  $\Sigma 2$  με μάζες  $m$  και  $4m$  αντίστοιχα έχουν ίσες κινητικές ενέργειες. Τα σώματα κινούνται σε αντίθετες κατευθύνσεις και συγκρούονται πλαστικά. Ο λόγος της τελικής κινητικής ενέργειας του συστήματος των σωμάτων προς την αρχική κινητική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων είναι ίσος με

i) 1/4

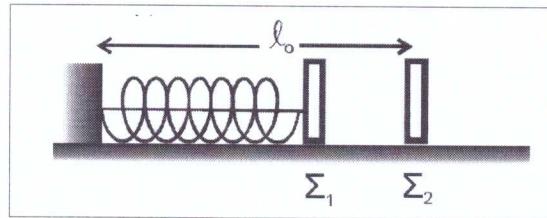
ii) 1/5

iii) 1/10

### 3<sup>ο</sup> ΘΕΜΑ

1. Τα σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$ , αμελητέων διαστάσεων, με μάζες  $m_1=1\text{kg}$  και  $m_2=3\text{kg}$  αντίστοιχα είναι τοποθετημένα σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το σώμα  $\Sigma_1$  είναι δεμένο στη μία άκρη οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $K=100\text{N/m}$ . Η άλλη άκρη του ελατηρίου, είναι ακλόνητα στερεωμένη.

Το ελατήριο με τη βοήθεια νήματος είναι συσπειρωμένο κατά  $0,2\text{m}$ , όπως φαίνεται στο σχήμα. Το  $\Sigma_2$  ισορροπεί στο οριζόντιο επίπεδο στη θέση που αντιστοιχεί στο φυσικό μήκος  $\ell_0$  του ελατηρίου.



Κάποια χρονική στιγμή κόβουμε το νήμα και το σώμα  $\Sigma_1$  κινούμενο προς τα δεξιά συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το σώμα  $\Sigma_2$ . Θεωρώντας ως αρχή μέτρησης των χρόνων τη στιγμή της κρούσης και ως θετική φορά κίνησης την προς τα δεξιά, να υπολογίσετε

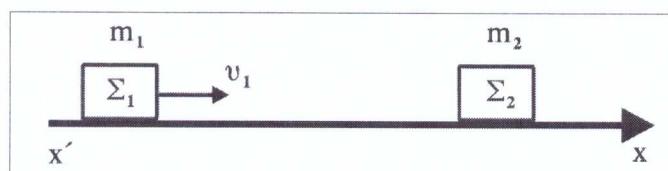
- a. την ταχύτητα του σώματος  $\Sigma_1$  λίγο πριν την κρούση του με το σώμα  $\Sigma_2$
- β. τις ταχύτητες των σωμάτων  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$ , αμέσως μετά την κρούση.
- γ. την απομάκρυνση του σώματος  $\Sigma_1$  μετά την κρούση, σε συνάρτηση με το χρόνο.
- δ. την απόσταση μεταξύ των σωμάτων  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  όταν το σώμα  $\Sigma_1$  ακινητοποιείται στιγμιαία για δεύτερη φορά.

Δεχθείτε την κίνηση του σώματος  $\Sigma_1$  τόσο πριν, όσο και μετά την κρούση ως απλή αρμονική ταλάντωση σταθεράς  $k$ .

Δίνεται  $\pi=3,14$

(H. 2006)

2. Ένα σώμα  $\Sigma_1$  με μάζα  $m_1=1\text{kg}$  κινείται με ταχύτητα  $v_1=10\text{m/s}$  σε λείο οριζόντιο επίπεδο και κατά μήκος του άξονα  $x'$  $x$ , όπως φαίνεται στο σχήμα.

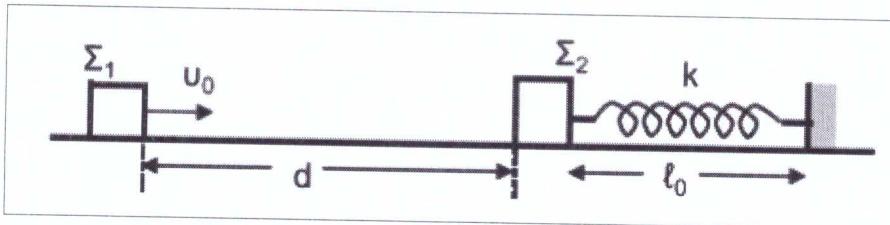


Το σώμα  $\Sigma_1$  συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2=3\text{kg}$  που βρίσκεται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο με το  $\Sigma_1$ . Η διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα και η φορά της ταχύτητας  $v_1$  θετική. Να υπολογίσετε:

- α. την ταχύτητα του  $\Sigma_1$  μετά την κρούση.
- β. την ταχύτητα του  $\Sigma_2$  μετά την κρούση.
- γ. την κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων μετά την κρούση τους.
- δ. την αλγεβρική τιμή της μεταβολής της ορμής του σώματος  $\Sigma_1$ , λόγω της κρούσης.

(Ο. 2010)

3. Σώμα  $\Sigma_1$  με μάζα  $m_1$  κινείται σε οριζόντιο επίπεδο ολισθαίνοντας προς άλλο σώμα  $\Sigma_2$  με μάζα  $m_2=2m_1$ , το οποίο αρχικά είναι ακίνητο. Έστω  $v_0$  η ταχύτητα που έχει το σώμα  $\Sigma_1$  τη στιγμή  $t_0 = 0$  και ενώ βρίσκεται σε απόσταση  $d = 1\text{ m}$  από το σώμα  $\Sigma_2$ . Αρχικά, θεωρούμε ότι το σώμα  $\Sigma_2$  είναι ακίνητο πάνω στο επίπεδο δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου με αμελητέα μάζα και σταθερά ελατηρίου  $k$ , και το οποίο έχει το φυσικό του μήκος  $\ell_0$ . Το δεύτερο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο τοίχο, όπως φαίνεται στο σχήμα:



Αμέσως μετά την κρούση, που είναι κεντρική και ελαστική, το σώμα  $\Sigma_1$  αποκτά ταχύτητα με μέτρο  $v'_1 = \sqrt{10}$  m/s και φορά αντίθετη της αρχικής ταχύτητας.

Δίνεται ότι ο συντελεστής τριβής ολίσθησης των δύο σωμάτων με το οριζόντιο επίπεδο είναι  $\mu = 0,5$  και ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>.

Γ1. Να υπολογίσετε την αρχική ταχύτητα  $v_0$  του σώματος  $\Sigma_1$ .

Γ2. Να υπολογίσετε το ποσοστό της κινητικής ενέργειας που μεταφέρθηκε από το σώμα  $\Sigma_1$  στο σώμα  $\Sigma_2$  κατά την κρούση.

Γ3. Να υπολογίσετε το συνολικό χρόνο κίνησης του σώματος  $\Sigma_1$  από την αρχική χρονική στιγμή  $t_0$  μέχρι να ακινητοποιηθεί τελικά.

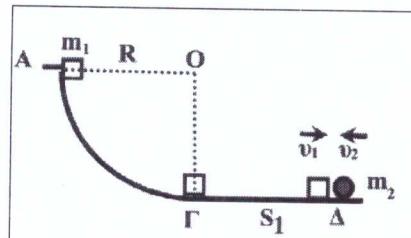
Δίνεται:  $\sqrt{10} = 3,2$ .

Γ4. Να υπολογίσετε τη μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου, αν δίνεται ότι  $m_2 = 1$  kg και  $k = 105$  N/m.

Θεωρήστε ότι η χρονική διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα και τα δύο σώματα συγκρούονται μόνο μία φορά.

(Η. 2013)

4. Σώμα  $\Sigma_1$  μάζας  $m_1$  βρίσκεται στο σημείο Α λείου κατακόρυφου τεταρτοκυκλίου ΑΓ. Η ακτίνα ΟΑ είναι οριζόντια και ίση με  $R = 5$  m. Το σώμα αφήνεται να ολισθήσει κατά μήκος του τεταρτοκυκλίου. Φθάνοντας στο σημείο Γ του τεταρτοκυκλίου, το σώμα συνεχίζει την κίνησή του σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής  $\mu = 0,5$ . Αφού διανύσει διάστημα  $S_1 = 3,6$  m, συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά στο σημείο Δ με σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2 = 3m_1$ , το οποίο τη στιγμή της κρούσης κινείται αντίθετα ως προς το  $\Sigma_1$ , με ταχύτητα μέτρου  $v_2 = 4$  m/s, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Γ1. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος  $\Sigma_1$  στο σημείο Γ, όπου η ακτίνα ΟΓ είναι κατακόρυφη.

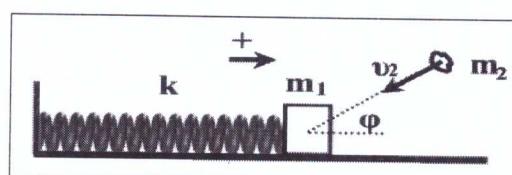
Γ2. Να υπολογίσετε τα μέτρα των ταχυτήτων των σωμάτων  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  αμέσως μετά την κρούση.

Γ3. Δίνεται η μάζα του σώματος  $\Sigma_2$ ,  $m_2 = 3$  kg. Να υπολογίσετε το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σώματος  $\Sigma_2$  κατά την κρούση και να προσδιορίσετε την κατεύθυνσή της.

Γ4. Να υπολογίσετε το ποσοστό της μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος  $\Sigma_1$  κατά την κρούση. Δίνεται: η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>. Θεωρήστε ότι η χρονική διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα.

(Η. 2016)

5. Σώμα  $\Sigma_1$ , μάζας  $m_1 = 1$  kg, είναι δεμένο στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k = 100$  N/m. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Το σώμα  $\Sigma_1$  εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, πλάτους  $A = 0,4$  m, σε λείο



οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή που το σώμα  $\Sigma_1$  έχει απομάκρυνση  $x_1 = +A\sqrt{3}/2$  κινούμενο κατά τη θετική φορά, συγκρούεται πλαστικά με σώμα  $\Sigma_2$ , μάζας  $m_2 = 3 \text{ kg}$ . Το σώμα  $\Sigma_2$  κινείται, λίγο πριν την κρούση, με ταχύτητα  $v_2 = 8 \text{ m/s}$  σε διεύθυνση που σχηματίζει γωνία  $\varphi$  (όπου  $\sin\varphi = 1/3$ ) με το οριζόντιο επίπεδο, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το συσσωμάτωμα που προκύπτει μετά την κρούση, εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

**Γ1.** Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος  $\Sigma_1$  λίγο πριν την κρούση και την ταχύτητα του συσσωματώματος, αμέσως μετά την κρούση.

**Γ2.** Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος.

**Γ3.** Να εκφράσετε την κινητική ενέργεια του συσσωματώματος σε συνάρτηση με την απομάκρυνση. Να σχεδιάσετε (με στυλό) σε βαθμολογημένους άξονες την κινητική ενέργεια του συσσωματώματος σε συνάρτηση με την απομάκρυνση.

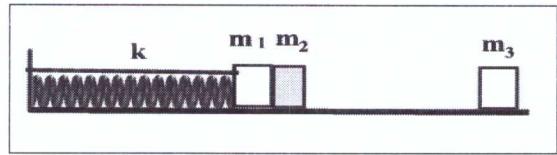
**Γ4.** Να υπολογίσετε το ποσοστό επί τοις εκατό (%) της κινητικής ενέργειας του συστήματος των σωμάτων  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$ , ακριβώς πριν την κρούση που μετατράπηκε σε θερμότητα, κατά την κρούση.

Να θεωρήσετε ότι:

- η διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα.
- η θετική φορά είναι αυτή που φαίνεται στο σχήμα.

(ΕΗ. 2016)

**6.** Τα σώματα  $\Sigma_1$ , μάζας  $m_1 = 1 \text{ kg}$ , και  $\Sigma_2$ , μάζας  $m_2 = 3 \text{ kg}$ , του σχήματος είναι τοποθετημένα σε λείο οριζόντιο επίπεδο και εφαπτονται μεταξύ τους. Το σώμα  $\Sigma_1$  είναι δεμένο στην άκρη οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k = 100 \text{ N/m}$ . Το ελατήριο με τη βοήθεια νήματος είναι συσπειρωμένο κατά  $d = 0,4 \text{ m}$  από τη θέση φυσικού μήκους, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Κάποια χρονική στιγμή το νήμα κόβεται και το σύστημα των σωμάτων  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_1$  κινείται προς τα δεξιά. Μετά την αποκόλληση το σώμα  $\Sigma_2$  συνεχίζει να κινείται σε λείο δάπεδο και συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με το σώμα  $\Sigma_3$ , μάζας  $m_3 = 2 \text{ kg}$ .

**Δ1.** Να προσδιορίσετε τη θέση στην οποία θα αποκολληθεί το σώμα  $\Sigma_2$  από το σώμα  $\Sigma_1$ , τεκμηριώνοντας την απάντησή σας.

**Δ2.** Να υπολογίσετε το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας του σώματος  $\Sigma_1$ , καθώς και το πλάτος της απλής αρμονικής ταλάντωσης που θα εκτελεί το σώμα  $\Sigma_1$  αφού αποκολληθεί από το σώμα  $\Sigma_2$ .

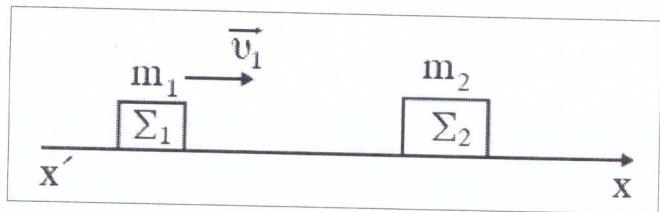
**Δ3.** Να υπολογίσετε την ταχύτητα του συσσωματώματος των σωμάτων  $\Sigma_2$  και  $\Sigma_3$  μετά την κρούση.

**Δ4.** Να υπολογίσετε το ποσοστό της κινητικής ενέργειας που μετατράπηκε σε θερμική ενέργεια κατά την κρούση.

(ΕΣ. 2016)

## ΘΕΜΑ 4ο

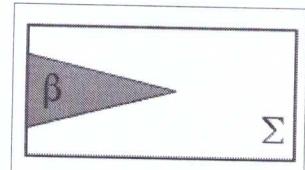
1. Σώμα  $\Sigma_1$  με μάζα  $m_1=1\text{kg}$  και ταχύτητα  $\vec{u}_1$  κινείται σε οριζόντιο επίπεδο και κατά μήκος του άξονα  $x'$ - $x$  χωρίς τριβές, όπως στο σχήμα. Το σώμα  $\Sigma_1$  συγκρούεται με σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2=3\text{kg}$  που αρχικά είναι ακίνητο. Η κρούση οδηγεί στη συγκόλληση των σωμάτων.



- a. Να δικαιολογήσετε γιατί το συσσωμάτωμα που προκύπτει από τη συγκόλληση θα συνεχίσει να κινείται κατά μήκος του άξονα  $x'$ - $x$ .
- β. Να εξηγήσετε γιατί η θερμοκρασία του συσσωματώματος θα είναι μεγαλύτερη από την αρχική κοινή θερμοκρασία των δύο σωμάτων.
- γ. Να υπολογίσετε το λόγο  $K_2/K_1$  όπου  $K_2$  η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος και  $K_1$  η κινητική ενέργεια του σώματος  $\Sigma_1$  πριν την κρούση.
- δ. Να δικαιολογήσετε αν ο λόγος  $K_2/K_1$  μεταβάλλεται ή όχι στην περίπτωση που το σώμα μάζας  $m_1$  εκινείτο με ταχύτητα διπλάσια της  $u_1$ .

(Ε ΕΣΠ 2004)

2. Έστω σώμα ( $\Sigma$ ) μάζας  $M = 1\text{ kg}$  και κωνικό βλήμα ( $\beta$ ) μάζας  $m = 0,2\text{ kg}$ . Για να σφηνώσουμε με τα χέρια μας ολόκληρο το βλήμα στο σταθερό σώμα ( $\Sigma$ ), όπως φαίνεται στο σχήμα, πρέπει να δαπανήσουμε ενέργεια  $100\text{ J}$ .



Έστω τώρα ότι το σώμα ( $\Sigma$ ) που είναι ακίνητο σε λείο οριζόντιο επίπεδο, πυροβολείται με το βλήμα ( $\beta$ ). Το βλήμα αυτό κινούμενο οριζόντια με κινητική ενέργεια  $K$  προσκρούει στο σώμα ( $\Sigma$ ) και ακολουθεί πλαστική κρούση.

α. Για  $K = 100\text{ J}$  θα μπορούσε το βλήμα να σφηνωθεί ολόκληρο στο σώμα ( $\Sigma$ );

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

β. Ποια είναι η ελάχιστη κινητική ενέργεια  $K$  που πρέπει να έχει το βλήμα, ώστε να σφηνωθεί ολόκληρο στο σώμα ( $\Sigma$ );

γ. Για ποια τιμή του λόγου  $m/M$  το βλήμα με κινητική ενέργεια  $K = 100\text{ J}$  σφηνώνεται ολόκληρο στο ( $\Sigma$ );

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Η 2005)

3. Σώμα μάζας  $m_1$  κινούμενο σε οριζόντιο επίπεδο συγκρούεται με ταχύτητα μέτρου  $v_1=15\text{m/s}$  κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα μάζας  $m_2$ . Η χρονική διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα. Αμέσως μετά την κρούση το  $m_1$  κινείται αντίρροπα με ταχύτητα μέτρου  $v_1'=9\text{m/s}$ .

α. Να προσδιοριστεί ο λόγος των μαζών.

β. Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας  $m_2$  αμέσως μετά την κρούση.

γ. Να βρεθεί το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του σώματος μάζας  $m_1$  που μεταβιβάστηκε στο σώμα  $m_2$  λόγω κρούσης.

δ. Να υπολογιστεί πόσο θα απέχουν τα σώματα όταν θα σταματήσουν.

Ο συντελεστής τριβής μεταξύ επιπέδου και κάθε σώματος είναι  $\mu=0,1$ . Δίνεται  $g=10\text{m/s}^2$ .

(Η 2008)

Η σφαίρα μάζας  $m_1$ , κινούμενη οριζόντια με ταχύτητα  $v_1$ , σφηνώνεται στο σώμα  $M$ . Δ3. Να βρείτε τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος των σωμάτων  $(M, m_1)$  κατά την κρούση.

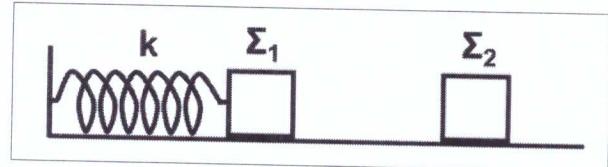
Δ4. Αν ο συντελεστής τριβής μεταξύ συσσωματώματος  $(M, m_1)$  και οριζοντίου επιπέδου είναι  $\mu=1/12$  και η μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου μετά την κρούση είναι  $x_{\max}=0,02m$ , να βρεθεί η σταθερά  $k$  του ελατηρίου.

Δίνεται: η επιτάχυνση βαρύτητας  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

(Ε. ΕΣΠ. 2012)

7. Σώμα  $\Sigma_1$  μάζας  $M=3 \text{ kg}$ , είναι στερεωμένο στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k=100 \text{ N/m}$ . Το άλλο άκρο του ελατηρίου στηρίζεται σε ακλόνητο σημείο.

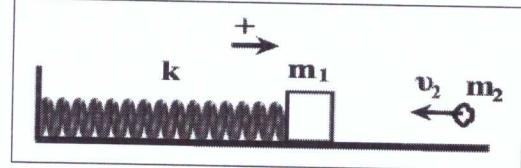
Το σώμα  $\Sigma_1$  εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με πλάτος  $A=0,2m$ . Κατά την διάρκεια της ταλάντωσης το σώμα  $\Sigma_1$  συγκρούεται πλαστικά και κεντρικά με άλλο ακίνητο σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $m=1 \text{ kg}$ . Η κρούση συμβαίνει στη θέση  $x=A/2$ , όταν το σώμα  $\Sigma_1$  κινείται προς τα δεξιά. Να υπολογίσετε:



- Δ1. Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος  $\Sigma_1$  ελάχιστα πριν την κρούση.
- Δ2. Το ποσοστό ελάττωσης (επί τοις εκατό) της κινητικής ενέργειας του συστήματος των σωμάτων λόγω της κρούσης.
- Δ3. Το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος μετά την κρούση.
- Δ4. Την απόλυτη τιμή του ρυθμού μεταβολής της κινητικής ενέργειας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

(Ο. 2012)

8. Σώμα  $\Sigma_1$ , μάζας  $m_1 = 1 \text{ kg}$  βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και είναι προσδεδεμένο στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $K = 100 \text{ N/m}$ . Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο ακλόνητα. Το σύστημα ελατήριο - σώμα  $\Sigma_1$  εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση απομάκρυνσης  $x = 0,4 \text{ m}$  (SI). Τη χρονική στιγμή  $t_1=\pi/10 \text{ s}$  το σώμα  $\Sigma_1$  συγκρούεται πλαστικά με ένα άλλο σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2=3 \text{ kg}$ , που κινείται οριζόντια στη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου με ταχύτητα  $v_2=20/3 \text{ m/s}$ , όπως φαίνεται στο σχήμα.



- Δ1. Να υπολογίσετε την απομάκρυνση, το μέτρο και τη φορά της ταχύτητας του σώματος  $\Sigma_1$  τη χρονική στιγμή  $t_1$ .
- Δ2. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος, αμέσως μετά την κρούση και να προσδιορίσετε τη φορά της.
- Δ3. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με τον χρόνο της νέας αρμονικής ταλάντωσης που εκτελεί το συσσωμάτωμα, αμέσως μετά την κρούση. Θεωρήστε ως  $t=0$  τη στιγμή της κρούσης και θετική φορά αυτή που φαίνεται στο σχήμα.
- Δ4. Να υπολογίσετε το ποσοστό μεταβολής επί τοις εκατό (%) της κινητικής ενέργειας του σώματος  $\Sigma_1$ , κατά τη διάρκεια της κρούσης.

(Ο. 2016)