

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ**ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 10/4/2019****ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 3 ΩΡΕΣ****ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ.....****ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ****ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: ΚΡΕΜΜΥΔΗΣ ΓΕΩΡΓΙΟΣ****Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής**

1. Ένα σώμα εκτελεί α.α.τ. Τη χρονική στιγμή που το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του είναι μέγιστο η ορμή έχει μέτρο:

- α. Μέγιστο.
β. Μηδέν.
γ. Το $\frac{1}{2}$ της μέγιστης τιμής του.
δ. Το $\frac{1}{3}$ της μέγιστης τιμής του.

2. Η κινητική ενέργεια ενός σώματος που εκτελεί α.α.τ. μεταβάλλεται με την απομάκρυνση σύμφωνα με τη σχέση: $K = C_1 - C_2 x^2$ το πλάτος της ταλάντωσης είναι:

- α) $\sqrt{\frac{C_1}{C_2}}$ β) $\sqrt{\frac{C_2}{C_1}}$ γ) $\frac{C_1}{C_2}$ δ) $\frac{C_2}{C_1}$

3. Η ταχύτητα ενός σώματος που εκτελεί α.α.τ. δίνεται από την εξίσωση $U = U_{max} \eta \mu \left(\omega t + \frac{\pi}{3} \right)$. Η αρχική φάσης της α.α.τ. είναι:

- α) $\varphi_0 = \frac{\pi}{6}$ β) $\varphi_0 = \frac{\pi}{3}$ γ) $\varphi_0 = \frac{7\pi}{6}$ δ) $\varphi_0 = \frac{11\pi}{6}$

4. Ο χρόνος απευθείας μετάβασης ενός σώματος που εκτελεί α.α.τ. από τη Θ.Ι στη θέση με $x_1 = \frac{A}{3}$ είναι t_1 . Ο χρόνος απευθείας

μετάβασης του σώματος από τη θέση με $x_1 = \frac{A}{3}$ στη θέση $x_2 = \frac{2A}{3}$ είναι t_2 . Τότε:

$$\alpha) t_1 = t_2 \quad \beta) t_1 > t_2 \quad \gamma) t_1 < t_2 \quad \delta) t_1 + t_2 = \frac{T}{4}$$

5. Η επιτάχυνση ενός σώματος που εκτελεί α.α.τ. δίνεται από τη σχέση $a = c \cdot x$ τότε η περίοδος της α.α.τ. είναι:

$$\alpha) T = \frac{2\pi}{\sqrt{c}} \quad \beta) T = \frac{2\pi}{\sqrt{-c}} \quad \gamma) T = 2\pi\sqrt{c} \quad \delta) T = 2\pi\sqrt{-c}$$

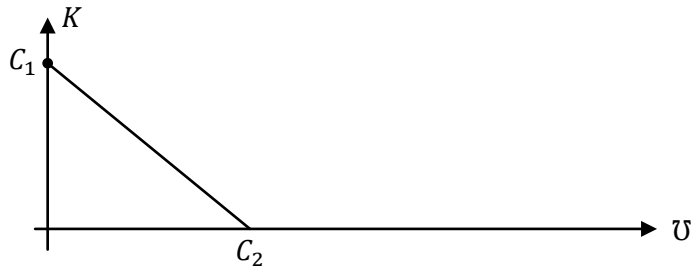
6. Κάποια χρονική στιγμή t_1 κατά τη διάρκεια της α.α.τ. ενός σώματος στην οποία το σώμα επιταχύνεται οι ρυθμοί μεταβολής της ορμής και της απομάκρυνσης από τη Θ.Ι είναι:

- α. Και οι δύο μέγιστοι.
- β. Και οι δύο μηδέν.
- γ. Ομόρροποι.
- δ. Αντίρροποι.

7. Διπλασιάζουμε τη μάζα ενός σώματος που εκτελεί α.α.τ. δεμένο στο άκρο ενός οριζόντιου ελατηρίου χωρίς να μεταβάλλουμε το πλάτος. Αν T_1, T_2 οι περίοδοι και K_1, K_2 οι μέγιστες κινητικές ενέργειες πριν και μετά το διπλασιασμό της μάζας τότε:

- α. $T_1 = T_2$ και $K_1 = K_2$
- β. $T_1 < T_2$ και $K_1 = K_2$
- γ. $T_1 < T_2$ και $K_1 < K_2$
- δ. $T_1 > T_2$ και $K_1 < K_2$

8. Η κινητική ενέργεια ενός σώματος που εκτελεί α.α.τ. μεταβάλλεται με τη δυναμική ενέργεια σύμφωνα με το διάγραμμα:



Για τις σταθερές C_1, C_2 ισχύει:

- $\alpha)$ $C_1 > C_2$ $\beta)$ $C_1 = C_2$ $\gamma)$ $C_1 < C_2$
 $\delta)$ Δεν μπορούμε να γνωρίζουμε

9. Η δυναμική ενέργεια ενός σώματος που εκτελεί α.α.τ. δίνεται από τη σχέση $U = U_{max} \sin^2(\omega t)$. Η πρώτη μετά τη στιγμή $t = 0$ διέλευση του σώματος από τη Θ.Ι της ταλάντωσης θα γίνει τη στιγμή:

- $\alpha)$ $\frac{T}{4}$ $\beta)$ $\frac{T}{2}$ $\gamma)$ $\frac{3T}{4}$ $\delta)$ $\frac{T}{8}$

10. Σώμα είναι δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου και εκτελεί α.α.τ. Η μέγιστη δυναμική ενέργεια της α.α.τ. είναι 4 φορές μικρότερη της αντίστοιχης του ελατηρίου. Το πλάτος της α.α.τ. είναι:

- $\alpha)$ $\frac{2mg}{K}$ $\beta)$ $\frac{mg}{2K}$ $\gamma)$ $\frac{\sqrt{2}mg}{K}$ $\delta)$ $\frac{mg}{K}$

11. Στην α.α.τ. ενός σώματος είναι πάντα ομόρροπο το διάνυσμα:

- $\alpha)$ του ρυθμού μεταβολής της ορμής με το διάνυσμα ταχύτητας.
 $\beta)$ του ρυθμού μεταβολής της ταχύτητας με το διάνυσμα της απομάκρυνσης.
 $\gamma)$ του ρυθμού μεταβολής της απομάκρυνσης με του ρυθμού μεταβολής της ορμής.
 $\delta)$ του ρυθμού μεταβολής της ταχύτητας και του ρυθμού μεταβολής της ορμής.

12. Ένα σώμα εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση με δύναμη αντίστασης $F_{αντ} = -bu$ και αρχικό πλάτος A_0 . Αν αυξήσουμε το A_0 η συνολική θερμότητα που θα αποδοθεί στο περιβάλλον από $t = 0$ έως την ολοκλήρωση του φαινομένου:

- α. Θα αυξηθεί.
- β. Θα μειωθεί.
- γ. Δε θα μεταβληθεί.
- δ. Δε μπορούμε να γνωρίζουμε.

13. Η σταθερά απόσβεσης b στη φθίνουσα ταλάντωση:

- α. εξαρτάται από το πλάτος της ταλάντωσης.
- β. εξαρτάται μόνο από τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του σώματος.
- γ. εξαρτάται μόνο από τις ιδιότητες του μέσου στο οποίο γίνεται η ταλάντωση.
- δ. έχει μονάδα στο SI το $1 \frac{N \cdot s}{m}$.

14. Σε μία φθίνουσα ταλάντωση με εκθετικό μείωση του πλάτους ο λόγος δύο διαδοχικών τιμών της ενέργειας τις στιγμές $n \cdot T$ είναι $(n+1)T$ είναι $\frac{E_n}{E_{n+1}} = 2$. Ο χρόνος υποδιπλασιασμού του πλάτους είναι:

$$\alpha) t = T \quad \beta) t = 2T \quad \gamma) t = \frac{T}{2} \quad \delta) T = 3T$$

όπου T η περίοδος της ταλάντωσης.

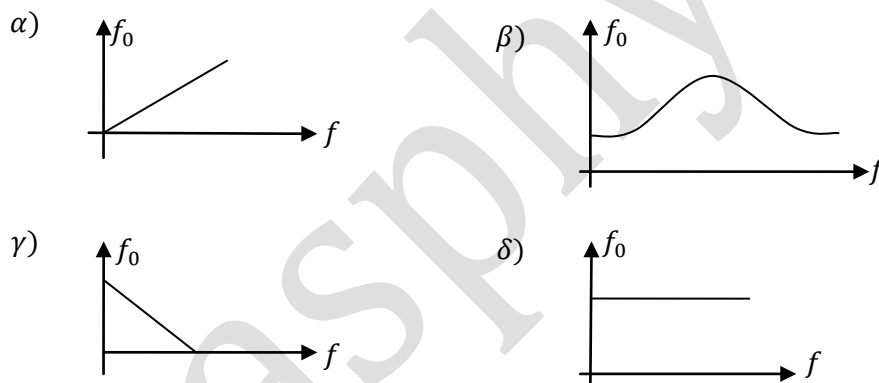
15. Αν αυξήσουμε τη σταθερά απόσβεσης σε μία φθίνουσα ταλάντωση.

- α. Θα αυξηθεί λίγο η περίοδος και θα μειωθεί ο ρυθμός μείωσης του πλάτους.
- β. Θα παραμείνει σταθερή η περίοδος και ο ρυθμός μείωσης του πλάτους.
- γ. Θα αυξηθεί λίγο η περίοδος και θα αυξηθεί ο ρυθμός μείωσης του πλάτους.
- δ. Θα μειωθεί η περίοδος και ο ρυθμός μείωσης του πλάτους.

16. Ένα σώμα εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση με $f > f_0$ όπου f_0 η ιδιοσυχνότητά του τότε:

- α. Αν αρχίσουμε να μειώνουμε την f το πλάτος πρώτα θα αυξηθεί και μετά θα μειωθεί.
- β. Αν αρχίσουμε να αυξάνουμε την f θα αυξηθεί και το πλάτος.
- γ. Αν αρχίσουμε να μειώνουμε την f θα μειωθεί και το πλάτος.
- δ. Αν αρχίσουμε να αυξάνουμε την f το πλάτος πρώτα θα αυξηθεί και μετά θα μειωθεί.

17. Το διάγραμμα που παριστάνει τη μεταβολή της ιδιοσυχνότητας f_0 σε συνάρτηση με τη συχνότητα της ταλάντωσης είναι το:



18. Ένα σώμα μάζας m εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση δεμένο στο άκρο ελατηρίου σταθεράς k . Η ενέργεια μεταφέρεται καλύτερα από το διεγέρτη στο σύστημα για συχνότητα ταλάντωσης:

$$\alpha) f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{3m}}$$

$$\beta) f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2k}{3m}}$$

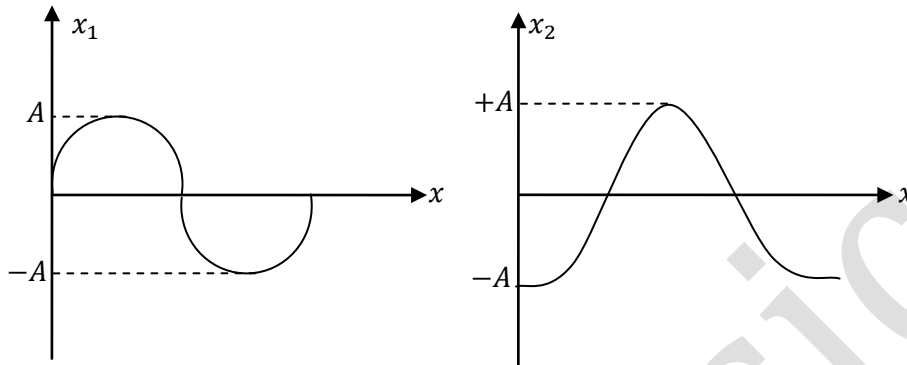
$$\gamma) f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{6m}}$$

$$\delta) f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{5m}}$$

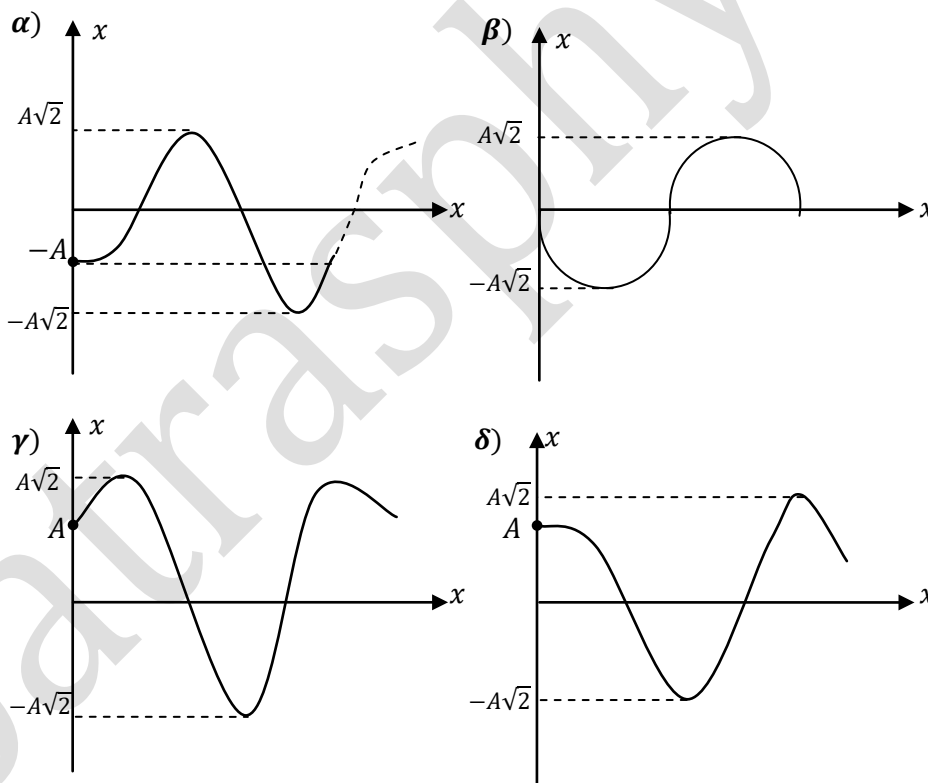
19. Ένα σώμα εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση με $f_1 > f_0$ και πλάτος A_1 .

- α. Υπάρχει και άλλη συχνότητα $f_2 > f_0$ για την οποία $A_1 = A_2$.
- β. Υπάρχει και άλλη συχνότητα $f_0 < f_2 < f_1$ για την οποία $A_1 = A_2$.
- γ. Υπάρχει και άλλη συχνότητα $f_2 < f_0$ για την οποία $A_1 = A_2$.
- δ. Μπορεί να μην υπάρχει καμία συχνότητα για την οποία $A_2 = A_1$.
20. Ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα 2 α.α.τ. με εξισώσεις $x_1 = A_1 \eta\mu(\omega t)$, $x_2 = A_2 \eta\mu(\omega t + \pi)$ με ίδια διεύθυνση και Θ.Ι. Η εξίσωση $x - t$ για τη συνισταμένη ταλάντωση είναι:
- α) $x = (A_1 - A_2) \eta\mu(\omega t)$ αν $A_1 < A_2$
- β) $x = (A_2 - A_1) \eta\mu(\omega t)$ αν $A_1 > A_2$
- γ) $x = (A_1 - A_2) \eta\mu(\omega t + \pi)$ αν $A_1 < A_2$
- δ) $x = (A_2 - A_1) \eta\mu(\omega t + \pi)$ αν $A_2 > A_1$
21. Ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα 2 α.α.τ. ίδιας διεύθυνσης, ΘΙ, συχνότητας. Κάποια στιγμή t αν εκτελούσε τη πρώτη ταλάντωση θα είχε $x_1 = A_1$ ενώ την ίδια στιγμή εάν εκτελούσε τη δεύτερη $x_2 = -A_2$. Τότε την ίδια στιγμή εξαιτίας της συνισταμένης ταλάντωσης θα έχει:
- α) $x = A_1 - A_2$ και $U > 0$
- β) $x = A_2 - A_1$ και $U < 0$
- γ) $x = 0$ και $U = 0$
- δ) $x = A_1 - A_2$ και $U = 0$
22. Ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα 2 α.α.τ. ίδιας διεύθυνσης, ΘΙ με εξισώσεις $x_1 = A \eta\mu(\omega t)$ και $x_2 = A \sigma\upsilon\nu\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$. Η εξίσωση της συνισταμένης κίνησης είναι:
- α) $x = A\sqrt{2} \eta\mu\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right)$
- β) $x = 0$
- γ) $x = A\sqrt{2} \eta\mu(\omega t)$
- δ) $x = A\sqrt{2} \sigma\upsilon\nu(\omega t)$

23. Ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα 2 α.α.τ. των οποίων τα διαγράμματα $x - t$ φαίνονται στα παρακάτω σχήματα:



Το διάγραμμα $x-t$ για τη συνισταμένη ταλάντωση είναι:



24. Ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα 2 α.α.τ. ίδιου πλάτους διεύθυνσης και Θ_1 με παραπλήσιες συχνότητες f_1, f_2 . Τότε η κίνηση που εκτελεί το σώμα είναι:

- α. Μία νέα α.α.τ.
β. Μία περιοδική κίνηση με συχνότητα $f = |f_1 - f_2|$

- γ. Μία περιοδική κίνηση με μεταβλητό πλάτος και συχνότητα $f = \frac{f_1 + f_2}{2}$.
- δ. Μία περιοδική κίνηση με σταθερό πλάτος και συχνότητα $f = \frac{f_1 + f_2}{2}$.
25. Η συνισταμένη κίνηση που προκύπτει από τη σύνθεση 2 α.α.τ. ίδιου πλάτους διεύθυνσης και ΘΙ δίνεται από τη σχέση $y = A' \sin(C_1 \cdot t) \eta \mu(C_2 t)$ τότε αν για τις επιμέρους συχνότητες των ταλαντώσεων ισχύει $f_1 > f_2$ και $A_1 = A_2 = A$ θα έχουμε:
- α) $f_1 = \frac{C_1 + C_2}{2\pi}$, $f_2 = \frac{C_2 - C_1}{2\pi}$, $A = \frac{A'}{2}$
- β) $f_1 = \frac{C_2 - C_1}{2\pi}$, $f_2 = \frac{C_1 + C_2}{2\pi}$, $A = \frac{A'}{2}$
- γ) $f_1 = \frac{C_1 - C_2}{2\pi}$, $f_2 = \frac{C_1 + C_2}{2\pi}$, $A = 2A'$
- δ) $f_1 = \frac{C_1 + C_2}{2\pi}$, $f_2 = \frac{C_2 - C_1}{2\pi}$, $A = \frac{|A'|}{4}$
26. Ένα σώμα εκτελεί μία κίνηση που προκύπτει από τη σύνθεση 2 α.α.τ. με ίδια διεύθυνση, ΘΙ, πλάτος και με συχνότητες f_1, f_2 με $f_1 \cong f_2$. Αν αυξήσουμε και τις δύο συχνότητες κατά $\Delta f_1 = \Delta f_2 = 2\text{Hz}$ τότε:
- α. Ο χρόνος για μια πλήρη μεταβολή του πλάτους της συνισταμένης κίνησης θα μειωθεί.
- β. Θα παραμείνει σταθερός ο χρόνος για την ολοκλήρωση μίας πλήρους ταλάντωσης.
- γ. Θα παραμείνει σταθερός ο χρόνος μεταξύ 2 διαδοχικών μεγιστοποιήσεων του πλάτους.
- δ. Θα αυξηθεί η μέγιστη τιμή του πλάτους για τη συνισταμένη κίνηση.

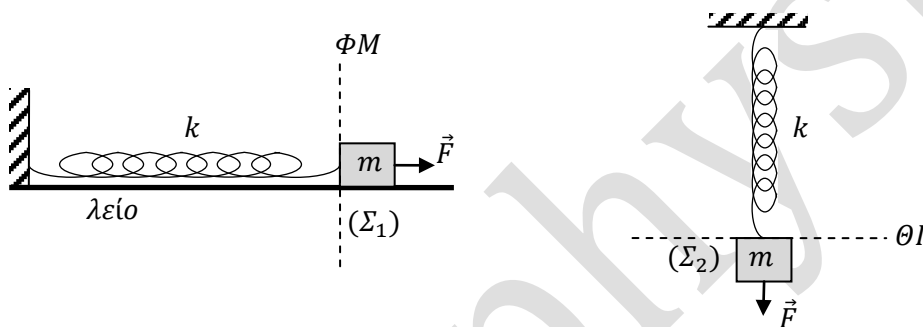
ΘΕΜΑ Β

1. Ένα σώμα εκτελεί α.α.τ. Ο ελάχιστος χρόνος για τη μετάβαση του σώματος από τη θέση με απομάκρυνση $x_1 = -\frac{A}{2}$ στη θέση $x_2 = +A$ (όπου A το πλάτος της α.α.τ) είναι Δt . Ο μέγιστος

χρόνος κατά τη διάρκεια μίας ταλάντωσης για την ίδια μετάβαση είναι $\Delta t'$. Τότε:

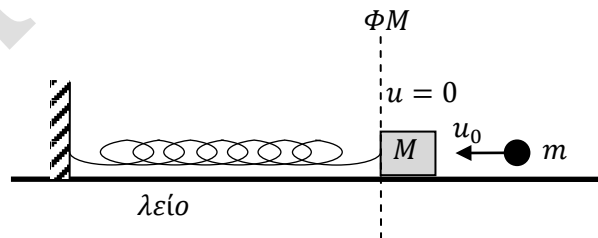
$$\alpha) \Delta t' = 2\Delta t \quad \beta) \Delta t' = \sqrt{3}\Delta t \quad \gamma) \Delta t' = 3\Delta t \quad \delta) \Delta t' = \frac{3}{2}\Delta t$$

2. Αρχικά τα δύο σώματα που έχουν $m_1 = m_2 = m$ ηρεμούν δεμένα στα άκρα των δύο ελατηρίων σταθεράς k . Ασκούμε στα σώματα τις ίσου μέτρου δυνάμεις F . Τη στιγμή που μηδενίζεται για πρώτη φορά η ταχύτητα των σωμάτων καταργούμε τις δυνάμεις. Τα σώματα αρχίζουν να εκτελούν α.α.τ. με ενέργειες E_1, E_2 για τις οποίες ισχύει:



$$\alpha) \frac{E_1}{E_2} = 1 \quad \beta) \frac{E_1}{E_2} = 2 \quad \gamma) \frac{E_1}{E_2} = 3 \quad \delta) \frac{E_1}{E_2} = 4$$

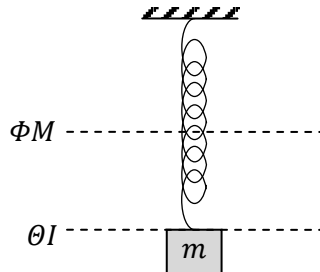
3. Το βλήμα με μάζα m προσκρούει με οριζόντια ταχύτητα u_0 στο M που ηρεμεί δεμένο στο άκρο του ελατηρίου σταθεράς k . Η κρούση είναι μετωπική και πλαστική και το συσσωμάτωμα εκτελεί α.α.τ. πλάτους A . Εάν η κρούση ήταν ελαστική το πλάτος θα ήταν A' με $A' = \frac{1}{2}A$. Τότε ο λόγος $\frac{m}{M}$ θα ήταν:



$$\alpha) 3 \quad \beta) \frac{1}{3} \quad \gamma) 15 \quad \delta) \frac{1}{15}$$

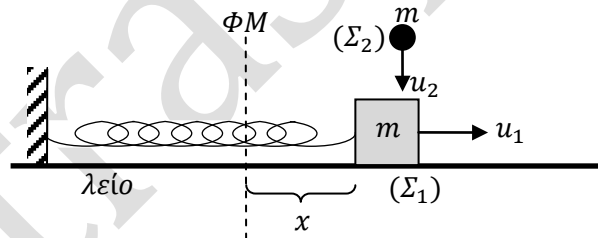
4. Το σώμα μάζα m ηρεμεί δεμένο στο άκρο του κατακόρυφου ελατηρίου με σταθερά k . Ασκούμε στο σώμα κατακόρυφη δύναμη F με φορά προς τα πάνω. Η ταχύτητα του σώματος

μηδενίζεται τη στιγμή που μηδενίζεται και το έργο της δύναμης του ελατηρίου για την παραπάνω μετατόπιση. Εκείνη τη στιγμή καταργούμε την F . Η μέγιστη ταχύτητα u που θα αποκτήσει το σώμα μετά τη κατάργηση της F είναι:



$$\alpha) u = \frac{F}{\sqrt{mk}} \quad \beta) u = \frac{F}{\sqrt{2mk}} \quad \gamma) u = \frac{F}{2\sqrt{mk}} \quad \delta) u = \frac{2F}{\sqrt{mk}}$$

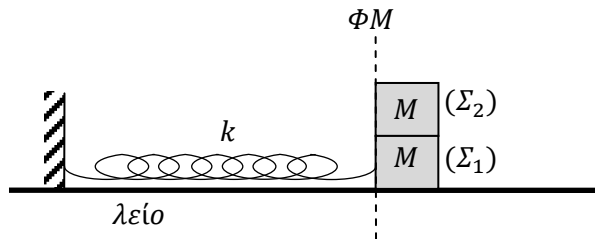
5. Το σώμα Σ_1 μάζας m εκτελεί α.α.τ. δεμένο στο άκρο του οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς k . Κάποια στιγμή που η απομάκρυνση του σώματος είναι x με $-A \leq x \leq A$ δεύτερο σώμα Σ_2 μάζας m συγκρούεται πλαστικά με το Σ_1 έχοντας ελάχιστη πριν τη κρούση κατακόρυφη ταχύτητα $\vec{u}_2$. Το συσσωμάτωμα εκτελεί α.α.τ. με ενέργεια E' ενώ το Σ_1 εκτελούσε α.α.τ. με ενέργεια E . Για την E' έχουμε:



$$\alpha) 0 \leq E' \leq E \quad \beta) \frac{E}{2} \leq E' \leq E \quad \gamma) 0 \leq E' \leq \frac{3E}{2} \quad \delta) 0 \leq E' \leq \frac{E}{2}$$

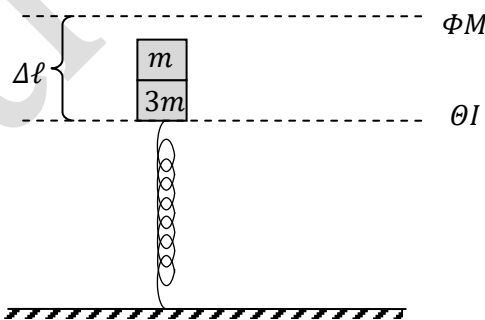
6. Το σώμα Σ_1 μάζας M είναι δεμένο στο άκρο του οριζόντιου ελατηρίου με σταθερά k και ηρεμεί πάνω στο λείο οριζόντιο δάπεδο δεμένο στο άκρο του οριζόντιου ελατηρίου με σταθερά k . Πάνω στο Σ_1 βρίσκεται τοποθετημένο το Σ_2 με ίση μάζα M με το Σ_1 . Ο συντελεστής οριακής τριβής μεταξύ Σ_1, Σ_2 είναι μ . Τη στιγμή $t = 0$ προσδίδουμε και στα δύο σώματα την ίδια οριζόντια ταχύτητα $\vec{u}_0$ προς τα δεξιά και το σύστημα αρχίζει να εκτελεί α.α.τ. Όταν για πρώτη φορά η κινητική ενέργεια του συστήματος Σ_1, Σ_2 γίνεται 3 φορές μεγαλύτερη της δυναμικής

της α.α.τ. το Σ_2 αρχίζει να ολισθαίνει πάνω στο Σ_1 . Ο συντελεστής οριακής τριβής μ είναι:



$$\begin{aligned} \alpha) \mu &= \frac{u_0}{4g} \sqrt{\frac{k}{m}} & \beta) \mu &= \frac{u_0}{2g} \sqrt{\frac{k}{2m}} \\ \gamma) \mu &= \frac{2u_0}{g} \sqrt{\frac{k}{m}} & \delta) \mu &= \frac{u_0}{g} \sqrt{\frac{k}{m}} \end{aligned}$$

7. Το σώμα με μάζα m βρίσκεται τοποθετημένο χωρίς να είναι κολλημένο πάνω στο σώμα μάζας $3m$ που είναι δεμένο στο πάνω άκρο του κατακόρυφου ιδανικού με σταθερά k . Συμπιέζουμε επιπλέον κατά A το ελατήριο και αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο να εκτελέσει α.α.τ. Το m χάνει σε κάποια στιγμή την επαφή του με το $3m$ και από τη στιγμή αυτή μέχρι να σταματήσει ανεβαίνει κατά $h = \frac{4mg}{k}$. Η ενέργεια που δαπανήσαμε για να συμπιέσουμε επιπλέον το ελατήριο κατά A είναι:



$$\alpha) \frac{8m^2 g^2}{k} \quad \beta) \frac{12m^2 g^2}{k} \quad \gamma) \frac{16m^2 g^2}{k} \quad \delta) \frac{24m^2 g^2}{k}$$

8. Ένα σώμα ηρεμεί σε ένα σημείο του άξονα x χωρίς να δέχεται κάποια δύναμη. Τη στιγμή $t = 0$ αρχίζει να ασκείται στο σώμα

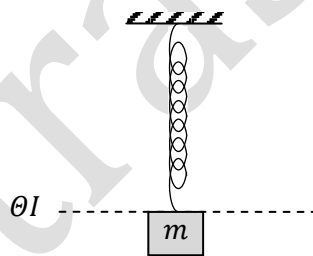
κατά τη διεύθυνση του άξονα x δύναμη $F = -F_{max}\eta\mu(\omega t)$ τότε το σώμα:

- α. Θα εκτελέσει α.α.τ.
- β. Δεν θα εκτελέσει α.α.τ
- γ. Δεν επαρκούν τα στοιχεία για να κρίνουμε εάν ή όχι θα εκτελέσει α.α.τ.

9. Ένα σώμα εκτελεί α.α.τ. Η απόλυτη τιμή του ρυθμού μεταβολής της κινητικής του ενέργειας δίνεται από τη σχέση $\left|\frac{dk}{dt}\right| = D\omega \cdot \sqrt{A^2x^2 - x^4}$ όπου: D σταθερά επαναφοράς και ω η γωνιακή συχνότητα.

- i. Να αποδείξετε την παραπάνω σχέση.
- ii. Να αποδείξετε ότι η μεγιστοποίηση του $\left|\frac{dk}{dt}\right|$ πραγματοποιείται όταν $x = \pm \frac{A\sqrt{2}}{2}$.

10. Το σώμα με μάζα m εκτελεί α.α.τ. δεμένο στο κάτω άκρο του κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου. Αν γνωρίζουμε ότι $\mathcal{U}_{el(min)} = \mathcal{U}_{\tau(max)}$ η ενέργεια της α.α.τ. είναι:



- α) $\frac{m^2 g^2}{k}$ β) $\frac{m^2 g^2}{2k}$ γ) $\frac{m^2 g^2}{4k}$ δ) $\frac{m^2 g^2}{8k}$

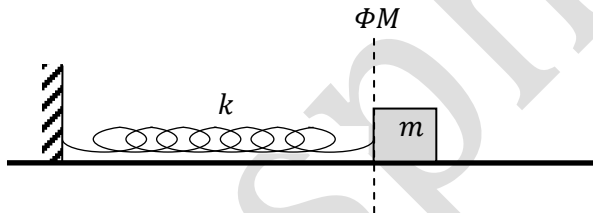
11. Ένα σώμα εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση και το πλάτος μεταβάλλεται σύμφωνα με την εξίσωση $A = A_0 e^{-\Lambda t}$. Αν η απώλεια της ενέργειας από $t = 0$ έως $t_1 = \frac{\ell n 2}{\Lambda}$ είναι Q τότε η αντίστοιχη απώλεια από $t_1 = \frac{\ln 2}{\Lambda}$ έως $t_2 = \frac{2 \ln 2}{\Lambda}$ είναι:

- α) Q β) $\frac{Q}{2}$ γ) $\frac{Q}{4}$ δ) $\frac{Q}{8}$

12. Ένα σώμα εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση με $A = A_0 e^{-\lambda t}$ και αποβάλλει στο περιβάλλον από $t = 0$ έως την ολοκλήρωση του φαινομένου θερμότητας Q . Αν η σταθερά απόσβεσης b γίνει $b' = 2b$ και το σώμα αρχίζει φθίνουσα ταλάντωσης για $t = 0$ με $E'_0 = E_0$ δηλαδή με την ίδια αρχική ενέργεια η αντίστοιχη θερμότητα θα ήταν Q' τότε:

α) $Q' = Q$ β) $Q' = 2Q$ γ) $Q' = \frac{Q}{2}$ δ) $Q' = 4Q$

13. Το σώμα αρχικά ηρεμεί δεμένο στο άκρο του οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς k . Εκτρέπουμε το σώμα κατά d προς τα δεξιά και το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί. Στο σώμα δρα εκτός της δύναμης του ελατηρίου και δύναμη αντίστασης $F_{αντ} = -b \cdot U$. Όταν το σώμα διέρχεται για 1^η φορά από τη θέση του ΦΜ με ταχύτητα U_0 .



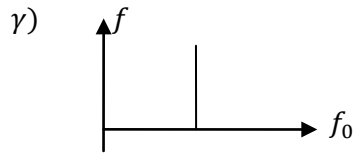
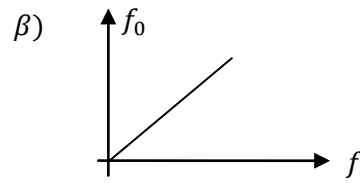
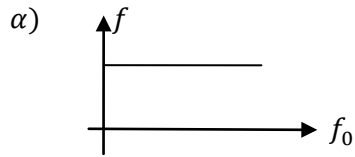
A] η επιτάχυνσή του είναι:

- α) μηδέν.
β) ομόρροπη της ταχύτητάς του.
γ) αντίρροπη της ταχύτητάς του.

B] για το μέτρο της U_0 ισχύει:

α) $U_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} d$ β) $U_0 > \sqrt{\frac{k}{m}} d$ γ) $U_0 < \sqrt{\frac{k}{m}} d$

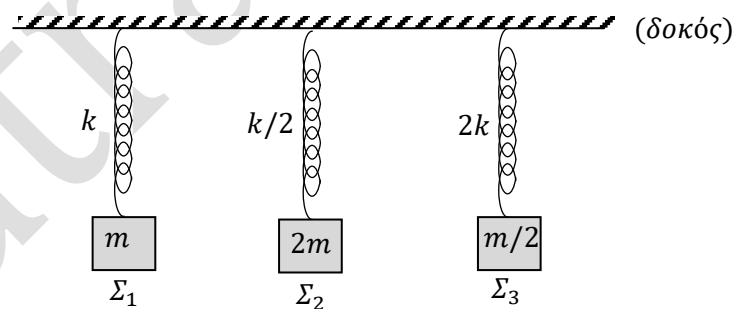
14. Ένα σώμα δεμένο στο άκρο ελατηρίου εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση. Το διάγραμμα που παριστάνει τη μεταβολή της συχνότητας ταλάντωσης σε συνάρτηση με την ιδιοσυχνότητα f_0 είναι:



15. Ένας μαθητής διατυπώνει την εξής πρόταση για την εξαναγκασμένη ταλάντωση. Για κάθε τιμή του πλάτους A σε μία εξαναγκασμένη ταλάντωση υπάρχουν 2 συχνότητες f_1, f_2 με $f_1 < f_0 < f_2$ που μπορεί να ταλαντώνεται το σώμα. Η πρόταση αυτή είναι:

α) αληθής β) ψευδής

16. Με κατάλληλο μηχανισμό θέτουμε σε κατακόρυφη ταλάντωση τη δοκό με συχνότητα $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$ τα τρία σώματα $\Sigma_1, \Sigma_2, \Sigma_3$ εκτελούν εξαναγκασμένες ταλαντώσεις με συχνότητες f_1, f_2, f_3 και πλάτη A_1, A_2, A_3 .



A] Για τις συχνότητες ισχύει:

α) $f_1 = f_2 = f_3$ β) $f_3 > f_1 > f_2$

B] Αυξάνουμε πολύ λίγο τη συχνότητα f τότε:

α) Θα αυξηθούν τα πλάτη και των τριών ταλαντώσεων.

β) Θα αυξηθεί το A_3 και θα μειωθούν τα A_1, A_2 .

- γ) Θα μειωθούν και τα 3 πλάτη.
 δ) Θα μειωθεί το A_3 και θα αυξηθούν τα A_1, A_2 .

17. Ένα σώμα με μάζα m εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση δεμένο στο άκρο ελατηρίου σταθεράς k με συχνότητα $f = 2f_0$. Αν διατηρήσουμε σταθερή την f και μεταβάλλουμε τη μάζα κατάλληλα πετυχαίνουμε συντονισμό. Το ποσοστό μεταβολής της μάζας του σώματος είναι:

- α) 25% β) 50% γ) - 25% δ) - 75%

18. Ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα 2 α.α.τ. με ίδια διεύθυνση, ΘΙ και με εξισώσεις $x_1 = A\eta\mu(\omega t + \varphi_{o1})$ και $x_2 = A\eta\mu(\omega t + \varphi_{o2})$. Αν E η ενέργεια ταλάντωσης εάν το σώμα εκτελούσε μόνο τη 1^η από τις δύο α.α.τ. και $\eta\mu\varphi_{o1} = 0,6$, $\eta\mu\varphi_{o2} = 0,8$ τότε αν η δυναμική ενέργεια της συνισταμένης ταλάντωσης τη στιγμή $t = 0$ είναι U θα ισχύει:

- α) $U = 2E$ β) $U = 1,96E$ γ) $U = \frac{E}{2}$ δ) $U = 0$

19. Ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα 3 α.α.τ. ίδιας διεύθυνσης, ΘΙ με εξισώσεις $x_1 = 3\eta\mu\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right)$, $x_2 = 5\eta\mu\left(\omega t + \frac{7\pi}{6}\right)$, $x_3 = A\eta\mu(\omega t + \varphi_0)$. Το αποτέλεσμα της σύνθεσης είναι το σώμα να παραμένει διαρκώς ακίνητο τότε:

- α) $x_3 = 2\eta\mu\left(\omega t + \frac{7\pi}{6}\right)$ β) $x_3 = 2\eta\mu\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right)$
 γ) $x_3 = 5\eta\mu\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right)$ δ) $x_3 = 3\eta\mu\left(\omega t + \frac{7\pi}{6}\right)$

20. Ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα 2 α.α.τ. ίδιας διεύθυνσης, συχνότητας, ΘΙ. το αποτέλεσμα είναι μία νέα α.α.τ. Κάποια στιγμή t ισχύει $x_1 = -x_2$ όπου x_1, x_2 οι απομακρύνσεις του σώματος από τη ΘΙ την ίδια στιγμή εάν εκτελούσε τη κάθε μία α.α.τ. ξεχωριστά. Οι αντίστοιχες ταχύτητες την ίδια στιγμή θα ήταν U_1, U_2 . Τότε:

- α) $U_1 = -U_2$ β) $U_1 \neq -U_2$

γ) Δεν επαρκούν τα στοιχεία που δόθηκαν για να εκφέρουμε άποψη

21. Ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα 2 α.α.τ. ίδιου πλάτους, συχνότητας και ΘΙ. Η ενέργεια της συνισταμένης ταλάντωσης είναι E και η ενέργεια της πρώτης E_1 και οι εξισώσεις των 2 α.α.τ. είναι: $x_1 = A_1 \eta \mu(\omega t + \varphi_{o_1})$, $x_2 = A_2 \eta \mu(\omega t + \varphi_{o_2})$ με $\varphi_{o_2} > \varphi_{o_1}$. Αν $E = E_1(\sqrt{2} + 2)$ τότε:

$$\alpha) \varphi_{o_2} - \varphi_{o_1} = \frac{\pi}{6} \quad \beta) \varphi_{o_2} - \varphi_{o_1} = \frac{3\pi}{4}$$

$$\gamma) \varphi_{o_1} - \varphi_{o_2} = \frac{\pi}{2} \quad \delta) \varphi_{o_1} - \varphi_{o_2} = \frac{\pi}{4}$$

22. Ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα 2 α.α.τ. ίδιου πλάτους, διεύθυνσης, ΘΙ με λίγο διαφορετικές συχνότητες f_1, f_2 με $f_2 = 1,02f_1$ ο αριθμός των διελεύσεων του σώματος από τη ΘΙ σε χρόνο T_δ είναι:

$$\alpha) 50,5 \quad \beta) 101 \quad \gamma) 202 \quad \delta) 404$$

23. Ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα 2 α.α.τ. ίδιου πλάτους, διεύθυνσης, ΘΙ με λίγο διαφορετικές συχνότητες $f_1 > f_2$. Κάποια στιγμή t_1 κατά την οποία η διαφορά φάσης των δύο ταλαντώσεων είναι $\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\pi}{2}$ το πλάτος της συνισταμένης ταλάντωσης είναι:

$$\alpha) A' = A \quad \beta) A' = 2A \quad \gamma) A' = \sqrt{2}A \quad \delta) A' = \frac{\sqrt{2}}{2}A$$

24. Στην προηγούμενη ερώτηση το πλάτος θα γίνει για πρώτη φορά μέγιστο μετά τη στιγμή t_1 μετά από χρόνο Δt ίσο με:

$$\alpha) \frac{3T_\delta}{4} \quad \beta) \frac{T_\delta}{2} \quad \gamma) T_\delta \quad \delta) \frac{T_\delta}{3}$$

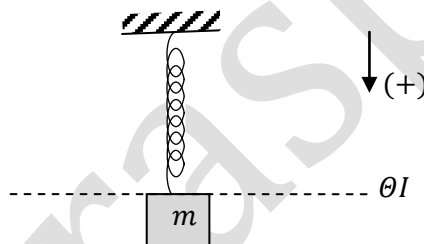
25. Ένα σώμα εκτελεί 2 α.α.τ. ίδιου πλάτους διεύθυνσης και ΘΙ με λίγο διαφορετικές συχνότητες f_1, f_2 με $f_2 > f_1$. Η συχνότητα της

συνισταμένης κίνησης είναι $f = 100\text{Hz}$. Εάν μειώσουμε την f_2 κατά 2% και αυξήσουμε τη f_1 κατά 2% προκύπτει ως αποτέλεσμα της σύνθετης ταλάντωσης με σταθερό πλάτος. Οι συχνότητες f_1, f_2 έχουν τιμές:

- α) $f_1 = 96\text{Hz}$ β) $f_1 = 98\text{Hz}$
 $f_2 = 104\text{Hz}$ $f_2 = 102\text{Hz}$
- γ) $f_1 = 103\text{Hz}$ δ) $f_1 = 101\text{Hz}$
 $f_2 = 97\text{Hz}$ $f_2 = 99\text{Hz}$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

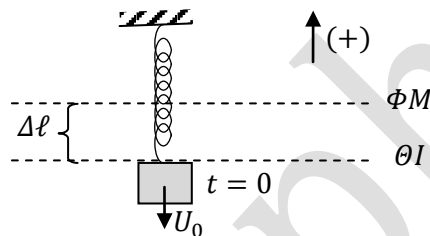
- 1) Σώμα μάζας $m = 2\text{kg}$ δένεται στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 200 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ όπως φαίνεται στο σχήμα. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



Τη χρονική στιγμή $t = 0$ ασκούμε στο σώμα σταθερή κατακόρυφη δύναμη $F = 40\text{N}$ με φορά προς τα κάτω.

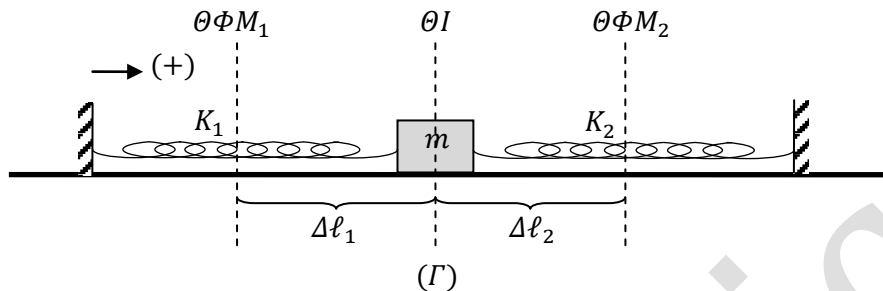
- α) Ναδειχθεί ότι το σώμα με την επίδραση της F θα εκτελέσει α.α.τ.
- β) Να γραφεί η εξίσωση $x - t, u - t, F_{\varepsilon\pi} - t$ ($F_{\varepsilon\pi}$: δύναμη επαναφοράς α.α.τ.) εάν θεωρήσουμε θετική φορά προς τα κάτω.
- γ) Πιο είναι το μέτρο της δύναμης του ελατηρίου τη στιγμή που είναι ίσο με $3/2$ του μέτρου της $F_{\varepsilon\pi}$;

- δ) Έστω ότι καταργούσαμε την F μετά από μετατόπιση y και το σώμα μετά τη κατάργηση της F εκτελεί μία νέα α.α.τ. Να γίνει το διάγραμμα της ενέργειας της νέας α.α.τ. σε συνάρτηση με το y .
- 2) Το σώμα μάζας $m = 1\text{kg}$ αρχικά ηρεμεί δεμένο στο κάτω άκρο του κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $k = 100\text{ N/m}$. Τη στιγμή $t = 0$ προσδίδουμε στο σώμα κατακόρυφη και με φορά προς τα κάτω ταχύτητα u_0 και το σώμα αρχίζει να εκτελεί α.α.τ. Γνωρίζουμε ότι το έργο της δύναμης του ελατηρίου από $t = 0$ έως $t = \frac{3T}{4}$ είναι μηδέν. Δίνεται $g = 10\text{ m/s}^2$.

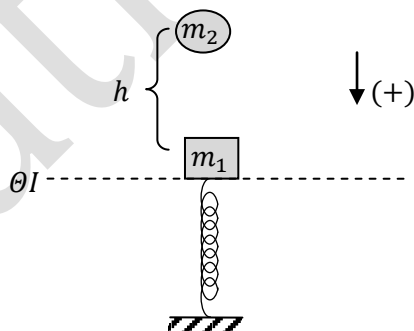


- α) Να γραφούν οι εξισώσεις $y - t$, $u - t$, $a - t$, $\Sigma F - t$, $K - t$, $U_{ελ} - y$ για την α.α.τ. του σώματος
- β) Να βρείτε τους ρυθμούς μεταβολής των μεγεθών ορμής, κινητικής ενέργειας, δυναμικής ενέργειας α.α.τ., δυναμική ενέργεια βαρύτητας, δυναμική ενέργεια του ελατηρίου όταν το σώμα διέρχεται από τη θέση του ΦΜ ανεβαίνοντας.
- γ) Να βρείτε το μέτρο της ταχύτητας και της επιτάχυνσης του σώματος τη στιγμή κατά την οποία ο λόγος $\lambda = \frac{K}{E_{ολ}}$ έχει τιμή $\frac{1}{4}$ και να κατασκευαστεί το διάγραμμα $\frac{K}{E_{ολ}} = f(y^2)$ όπου y η απομάκρυνση από τη ΘΙ.
- 3) Στο παρακάτω σχήμα τα 2 ελατήρια βρίσκονται σε λείο οριζόντιο δάπεδο και σταθερές τους ικανοποιούν τη σχέση $K_2 = 3K_1$. Η απόσταση των φυσικών μηκών τους είναι $S = 0,8\text{m}$. Αρχικά η μάζα $m = 0.5\text{kg}$ ισορροπεί στη θέση Γ τη χρονική στιγμή $t = 0$

εκτοξεύουμε το σώμα από τη ΘΙ με $u_0 = 4 \text{ m/s}$ και με φορά προς τα δεξιά.

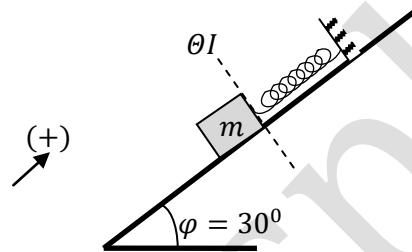


- α) Να αποδείξετε ότι το σώμα θα εκτελέσει α.α.τ.
- β) Αν για $t = \frac{T}{4}$ η επιμήκυνση του ελατηρίου (1) είναι $\Delta l'_1 = 0,8m$ να βρείτε τις σταθερές των ελατηρίων.
- γ) Να βρείτε τις $F_{ελ(max)_1}$ και $F_{ελ(max)_2}$ και τις χρονικές στιγμές που αυτές πραγματοποιούνται.
- δ) Να γραφεί η εξίσωση της $F_{ελ(1)}$ με το χρόνο.
- 4) Σώμα μάζας $m_1 = 4 \text{ kg}$ ισορροπεί προσδεμένο στο πάνω άκρο του κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $k = 100 \text{ N/m}$. Από ύψος $h = 1,2 \text{ m}$ από τη ΘΙ αφήνουμε να πέσει σώμα μάζας $m_2 = 4 \text{ kg}$. Η κρούση είναι μετωπική και πλαστική.



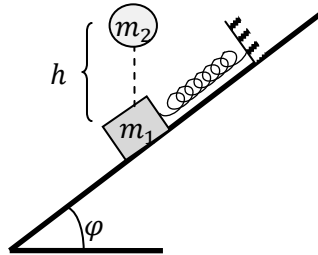
- α) Να γράψετε τις εξισώσεις $y - t$, $u - t$, $a - t$, $\Sigma F - t$, $\mathcal{U}_{ελ} - t$ θεωρώντας ως $t = 0$ τη στιγμή αμέσως μετά τη κρούση και θετική φορά προς τα κάτω.
- β) Ποια χρονική στιγμή το σώμα φτάνει για 1^η φορά στη ΘΦΜ;

- γ) Να βρείτε τη τιμή της σταθεράς K που θα έπρεπε να έχει το ελατήριο ώστε παραμόρφωση του ελατηρίου στην ανώτερη ακραία θέση της α.α.τ. να είναι ίση με την παραμόρφωσή του στη ΘΙ του m_1 .
- 5) Σώμα μάζας $m = 16\text{kg}$ δένεται στο άκρο του ελατηρίου με $k = 400\text{ N/m}$ και ισορροπεί σε λείο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας $\varphi = 30^\circ$. Κάποια στιγμή λόγω έκρηξης το σώμα διασπάται σε δύο επιμέρους σώματα με μάζες $m_1 = 8\text{kg}$, $m_2 = 8\text{kg}$. Το σώμα με μάζα m_2 κινείται αμέσως μετά την έκρηξη με ταχύτητα $u_2 = 2\text{ m/s}$ ενώ το m_1 παραμένει στο ελατήριο και αρχίζει να εκτελεί α.α.τ.

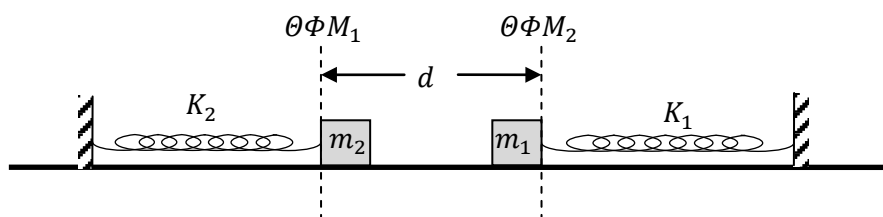


- α) Να γράψετε την εξίσωση $x - t$, $u - t$ για την α.α.τ. του m_1 θεωρώντας ως $t = 0$ τη στιγμή αμέσως μετά τη κρούση και θετική φορά προς τα πάνω. Δίνεται $\eta\mu(\pi/12) = 1/3$.
- β) Να βρείτε το λόγο $\frac{U_{\tau(max)}}{U_{ελ(max)}}$ όπου $U_{\tau(max)}$ η μέγιστη δυναμική ενέργεια της α.α.τ. και $U_{ελ(max)}$ η αντίστοιχη του ελατηρίου.
- γ) Σε πόσο χρόνο από τη στιγμή της έκρηξης το σώμα με μάζα m_2 φτάνει στη βάση του επιπέδου αν η απόσταση της ΘΙ του m από τη βάση του επιπέδου είναι $S = 14m$.
- 6) Το σώμα με μάζα $m_1 = 2\text{kg}$ αρχικά ηρεμεί στη ΘΙ προσδεμένο στο άκρο του λείου κεκλιμένου επιπέδου. Προσδίδουμε στο σώμα κάποια στιγμή ταχύτητα u_0 με φορά προς τα κάτω και την ίδια στιγμή αφήνουμε από το ύψος h το $m_2 = 2\text{kg}$ να εκτελέσει ελεύθερη πτώση. Τα σώματα συγκρούονται όταν το m_1

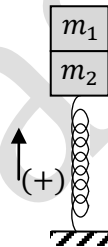
διέρχεται για 1^{η} φορά από τη Θ1 της α.α.τ. του ανερχόμενο. Δίνεται $\varphi = 45^\circ$, $g = 10 \text{ m/s}^2$, $k = 400 \text{ N/m}$. Η κρούση είναι πλαστική και το συσσωμάτωμα αμέσως μετά τη κρούση έχει μέγιστο κατά μέτρο ρυθμό μεταβολής της ορμής του.



- α) Να βρεθεί το ύψος h και το μέτρο της u_0 . Δίνεται $\pi^2 = 10$.
- β) Θεωρώντας ως $t = 0$ τη στιγμή της κρούσης και θετική φορά προς τα κάτω να γράψετε τις εξισώσεις $x - t$, $u - t$, $a - t$, $F_{ελ} - t$ για την α.α.τ. του συσσωματώματος.
- γ) Να κατασκευάσετε το διάγραμμα της δυναμικής ενέργειας της α.α.τ. του συσσωματώματος σε συνάρτηση με το τετράγωνο της ταχύτητάς του (Διάγραμμα $\mathcal{U}_{ταλ} = f(u^2)$).
- δ) Να βρείτε το μέτρο της μεταβολής της ορμής του συστήματος m_1 , m_2 εξαιτίας της κρούσης.
- 7) Τα σώματα του σχήματος έχουν μάζες $m_1 = 2 \text{ kg}$ και $m_2 = 4 \text{ kg}$ και είναι προσδεμένα στα άκρα των ελατηρίων με σταθερές $K_1 = 200 \text{ N/m}$ και $K_2 = 400 \text{ N/m}$. Τα σώματα αρχικά ηρεμούν στο λείο οριζόντιο επίπεδο και απέχουν μεταξύ τους απόσταση $d = 0,3 \text{ m}$. Εκτοξεύουμε το σώμα με μάζα m_1 με οριζόντια ταχύτητα $U_0 = 5 \text{ m/s}$ προς τα αριστερά οπότε αυτό συγκρούεται πλαστικά με το σώμα μάζας m_2 .



- α) Να υπολογίσετε τη ταχύτητα και το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του m_1 ελάχιστα πριν τη κρούση.
- β) Να υπολογίσετε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος αμέσως μετά τη κρούση αφού πρώτα αποδείξετε ότι αυτό εκτελεί α.α.τ.
- γ) Να βρείτε το πλάτος της α.α.τ. του συσσωματώματος.
- δ) Να βρείτε το λόγο $\frac{v_{ελ(1)(max)}}{v_{ελ(2)(max)}}$ κατά την α.α.τ. του συσσωματώματος.
- 8) Το σώμα με μάζα $m_2 = 3kg$ βρίσκεται δεμένο στο πάνω άκρο ενός κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $k = 100 N/m$. Πάνω στο σώμα βρίσκεται τοποθετημένο χωρίς να είναι κολλημένο το σώμα μάζας $m_1 = 1kg$. Δίνεται $g = 10 m/s^2$. Συμπιέζουμε το ελατήριο επιπλέον κατά $d = 0,8m$ και αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο να εκτελέσει α.α.τ με $D = K$.

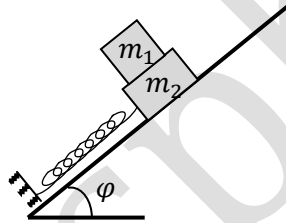


- α) Να γράψετε τη σχέση που μας παρέχει τη τιμή της δύναμης που ασκεί το 2^ο στο πρώτο σώμα σε συνάρτηση με την απομάκρυνση y του συστήματος από τη ΘΙ.
- β) Να εξετάσετε εάν και σε ποια θέση θα χαθεί η επαφή των σωμάτων.
- γ) Να βρείτε το διάστημα που θα διανύσει κάθε σώμα από τη στιγμή που το σύστημα αφέθηκε ελεύθερο μέχρι να σταματήσει για πρώτη φορά.
- δ) Να βρείτε το έργο της δύναμης που ασκεί το Σ_2 στο Σ_1 για όσο αυτή υπήρξε.

- ε) Θεωρώντας ως $t = 0$ η στιγμή που αφέθηκε ελεύθερο το σύστημα να βρείτε τη στιγμή t_1 που θα μηδενιστεί η ταχύτητα του Σ_1 . Αν t_2 είναι η αντίστοιχη στιγμή για το Σ_2 (για 1^η φορά) να εξετάσετε τι από τα παρακάτω ισχύει:

i) $t_1 = t_2$ ii) $t_1 > t_2$ iii) $t_1 < t_2$

- 9) Το σύστημα των Σ_1, Σ_2 με $m_1 = 1kg$ και $m_2 = 3kg$ ισορροπεί. Το Σ_2 είναι δεμένο στο άκρο του κατακόρυφου ελατηρίου με $k = 100 N/m$. Το Σ_1 είναι τοποθετημένο πάνω στο Σ_2 . Το κεκλιμένο επίπεδο είναι λείο ενώ ανάμεσα στο Σ_1, Σ_2 υπάρχει τριβή με συντελεστή οριακής στατικής τριβής $\mu = \frac{\sqrt{3}}{2}, \phi=30^\circ$. Δίνεται $g = 10 m/s^2$.



- α) Να βρείτε το μέτρο της στατικής τριβής που θα αναπτύσσεται μεταξύ των σωμάτων στη ΘΙ.
- β) Συμπιέζουμε το ελατήριο κατά d . Να βρείτε τη μέγιστη τιμή του d ώστε το Σ_1 να μην ολισθήσει πάνω στο Σ_2 κατά τη διάρκεια των ταλαντώσεων του συστήματος.
- γ) Έστω $d = 0,1m$ να βρείτε τον ελάχιστο συντελεστή οριακής στατικής τριβής (δεν δίνεται) ώστε το Σ_1 να μην ολισθαίνει πάνω στο Σ_2 .
- δ) Έστω $\mu = \frac{\sqrt{3}}{2}$ και $d = 0,1m$. Να βρείτε τη μέγιστη τιμή της σταθεράς K του ελατηρίου ώστε το Σ_1 να μην ολισθαίνει πάνω στο Σ_2 .
- 10) Ένα σώμα εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση με πλάτος που μειώνεται εκθετικά με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση $A = A_0 \cdot e^{-\lambda t}$. Σε

χρόνο $t = 10s$ το σώμα έχει πραγματοποιήσει $N = 100$ ταλαντώσεις και το πλάτος έχει μειωθεί στο μισό της αρχικής τιμής. Δίνεται $A_0 = 1m$ και $m = 0,1kg$.

- α) Να βρεθεί η περίοδος της φθίνουσας ταλάντωσης και η σταθερά Λ .
- β) Να βρείτε το πλάτος της ταλάντωσης όταν το σώμα εκτελέσει επιπλέον άλλες 200 ταλαντώσεις.
- γ) Να βρείτε τον αριθμό των ταλαντώσεων που πραγματοποιεί το σώμα σε χρονικό διάστημα ίσο με τον χρόνο υποδιπλασιασμού της ενέργειάς του.
- δ) Να βρεθούν οι λόγοι:
 - i) $\frac{A_{100}}{A_{150}}$ όπου A_{100} το πλάτος μετά από 100 ταλαντώσεις και A_{150} μετά από 150.
 - ii) $\frac{T_{100}}{T_{150}}$ όπου T_{100} η περίοδος μετά από 100 ταλαντώσεις και T_{150} η περίοδος μετά από 150 ταλαντώσεις.
- ε) Να το έργο της δύναμης αντίστασης και την απώλεια ενέργειας:
 - i) από $t = 0$ έως τη στιγμή $t = 150T$.
 - ii) από $t = 0$ έως την ολοκλήρωση του φαινομένου.
- στ) Αν $b = 14 \cdot 10^{-3} kg/s$ να υπολογίσετε το λόγο $\frac{x}{u}$ τις στιγμές που η επιτάχυνση του σώματος είναι $a = 0$. Δίνεται $\pi^2 \cong 10$ και ότι η συχνότητα της φθίνουσας ταλάντωσης είναι περίπου ίση με τη συχνότητα της αμείωτης ταλάντωσης του συστήματος αν το b είχε τιμή $b = 0$.

11) Ένα σώμα εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση δεμένο. Η δύναμη αντίστασης είναι της μορφής $F_{αντ} = -bu$ και η δύναμη του διεγέρτη μεταβάλλεται αρμονικά με το χρόνο.

- α) Να δείξετε ότι αν $f = f_0$ η δύναμη του διεγέρτη είναι πάντα αντίθετη της δύναμης αντίστασης ($\vec{F}_\delta = -\vec{F}_{αντ}$).
- β) Να δείξετε ότι αν $f = f_0$ η μέγιστη δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης ισούται με τη μέγιστη κινητική.

- γ) Να δείξετε ότι σε κάθε περίπτωση η ενέργεια που προσφέρει ο διεγέρτης σε κάθε περίοδο ισούται με την απώλεια της ενέργειας του σώματος εξαιτίας της δύναμης αντίστασης.
- δ) Να βρείτε το λόγο $\frac{f_\delta}{f_0}$ όπου f_δ η συχνότητα του διεγέρτη και f_0 η ιδιοσυχνότητα αν $K_{max} = 4U_{max}$ όπου K_{max} η μέγιστη κινητική ενέργεια και U_{max} η μέγιστη δυναμική.
- 12) Ένα σώμα μάζας $m = 0,1\text{kg}$ εκτελεί ταυτόχρονα 2 α.α.τ. ίδιας διεύθυνσης, ΘΙ με εξισώσεις:
- $$x_1 = 0,4\eta\mu\left(20t + \frac{\pi}{3}\right)$$
- $$x_2 = 0,4\eta\mu(20t + \pi)$$
- α) Να γραφούν οι εξισώσεις $x - t, u - t, a - t$ για τη συνισταμένη ταλάντωση.
- β) i) Να βρεθεί η ενέργεια της συνισταμένης ταλάντωσης
- ii) Να βρεθεί η αρχική φάση της 2^{ης} ταλάντωσης ώστε η ενέργεια της συνισταμένης να είναι 1)η μέγιστη δυνατή, 2)η ελάχιστη δυνατή, 3) ίση με το άθροισμα των ενεργειών των δύο συνιστωσών ταλαντώσεων.
- γ) i) Να βρείτε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος κάποια χρονική στιγμή που οι απομακρύνσεις x_1, x_2 των 2 συνιστωσών ταλαντώσεων είναι $x_1 = -x_2$.
- ii) Να βρείτε την απόσταση από τη ΘΙ στην οποία βρίσκεται το σώμα κάποια στιγμή κατά την οποία $u_1 = -u_2$ όπου u_1, u_2 οι ταχύτητες εξαιτίας των επιμέρους ταλαντώσεων.
- δ) Να βρείτε ποια χρονική στιγμή t_1 για πρώτη φορά μετά τη στιγμή $t = 0$ θα ισχύει $U = U_1 + U_2$ όπου U η δυναμική ενέργεια εξαιτίας της συνισταμένης ταλάντωσης τη χρονική στιγμή t_1 και U_1, U_2 οι δυναμικές ενέργειες εξαιτίας των δύο συνιστωσών ταλαντώσεων την ίδια στιγμή.

13) Ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα 2 α.α.τ. ίδιου πλάτους, διεύθυνσης, ΘΙ με παραπλήσιες συχνότητες. Σε χρονικό διάστημα $\Delta t = 2s$ το σώμα διέρχεται 200 φορές από τη ΘΙ και το πλάτος της συνισταμένης κίνησης μεταβάλλεται ακριβώς 4 φορές. Η απόσταση που θα διανύει το σώμα εάν εκτελέσει τη μία από τις 2 συνιστώσες ταλαντώσεις μεταξύ 2 διαδοχικών μηδενισμών της ταχύτητάς του είναι $d = 0,2m$. Δίνεται $f_2 > f_1$.

α) Να γραφούν οι εξισώσεις $x_1 - t, x_2 - t$ για τις 2 συνιστώσες ταλαντώσεις και η εξίσωση $x - t$ για τη συνισταμένη ταλάντωση.

β) Να βρεθεί ο αριθμός του μηδενισμού της απομάκρυνσης και ο αντίστοιχος του πλάτους σε χρόνο $\Delta t = 4,5s$.

γ) Να γραφεί η συνάρτηση $|A'| - t$ και να παρασταθεί γραφικά αν $|A'|$ είναι το πλάτος της συνισταμένης κίνησης.

δ) i) Να γραφεί η σχέση $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = F(t)$ της διαφοράς φάσης σε συνάρτηση με το χρόνο και να παρασταθεί γραφικά.

ii) Να βρεθεί το πλάτος της συνισταμένης κίνησης όταν $\Delta\varphi = \frac{7\pi}{2} \text{ rad}$.

iii) Να αποδείξετε ότι τις χρονικές στιγμές που $|A'| = 0$ ισχύει $\Delta\varphi = (2k + 1)\pi$ και τις αντίστοιχες που $|A'| = 2A$ $\Delta\varphi = 2k\pi$.

iv) Να βρείτε την απομάκρυνση x και τη ταχύτητα u του σώματος τη στιγμή κατά την οποία $\Delta\varphi = \frac{7\pi}{2} \text{ rad}$.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!!!